10 ශ්‍රේණිය-ගණිතය 30 පාඩම සැකසුම- එච්.ජේ.තිස්ස මයා

ඩබ්.වසන්ත කුමාර මයා

ඇඹිලිපිටිය මහා විද්‍යාලය

(ජාතික පාසල)

30 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි හඳුනාගැනීමට
- අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධිවල සම්භාවිතා සෙවීමට
- කොටුදැල හා රුක්සටහන් ඇසුරෙන් සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සසම්භාවී පරීක්ෂණ

ලැබියහැකි ප්‍රතිඵල සියල්ලම දන්නා නමුත් එම අවස්ථාවේ ලැබෙන ප්‍රතිඵලය නිශ්චිතව කිව නොහැකි පරීක්ෂණයක් **සසම්භාවී පරීක්ෂණයක්** හෙවත් **අහඹු පරීක්ෂණයක්** ලෙස හඳුන්වයි

උදාහරණ-

- ❖ නොනැඹුරු කාසියක් උඩදමා වැටෙන පැත්ත සටහන් කිරීම
- ❖ ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන නිල් පැන් 3ක් හා රතු පැන් 2ක් අඩංගු භාජනයකින් පැනක් ඉවතට ගැනීම
- ❖ 1 සිට 8 තෙක් අංක ලියූ සමාන කාඩ්පත් 8ක් ඇති මල්ලකට අත දමා කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීම

නියැදි අවකාශය

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී ලැබියහැකි ප්‍රතිඵල සියල්ලම අඩංගුවන කුලකය **නියැදි අවකාශය** ලෙස හඳුන්වයි එය S මගින් සංකේතවත් කෙරේ තවද නියැදි අවකාශය සඟල වරහනක් තුළ ලියා දක්වයි

උදාහරණ-

ඉහත එක් එක් සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියමු

- ❖ S ={සිරස අගය}
- ❖ $S = \{ B_1,B_2,B_3,R_1,R_2\}$
- ❖ $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

සිද්ධි

නියැඳි අවකාශයේ උපකුලකයක් සිද්ධියක් ලෙස හඳුන්වයි

උදාහරණ-

1 සිට 8 තෙක් අංක ලියූ සමාන කාඩ්පත් 8ක් ඇති මල්ලකට අත දමා කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8 }

ඉහත නියැඳි අවකාශයට අදාළ සිද්ධි කිහිපයක් පහත දැක්වේ

A = { 1 ලැබීම }

B = { 5 ලැබීම }

P = { ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම }

සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි

එක් ප්‍රතිඵලයක් පමණක් අඩංගු සිද්ධි සරල සිද්ධිවේ ප්‍රතිඵල එකකට වඩා වැඩි සිද්ධි සංයුක්ත සිද්ධි වේ

උදාහරණ-

1 සිට 8 තෙක් අංක ලියූ සමාන කාඩ්පත් 8ක් ඇති මල්ලකට අත දමා කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8 }

ඉහත නියැඳි අවකාශයට අදාළ සිද්ධි කිහිපයක් පහත දැක්වේ

A = {2 ලැබීම } ← මෙය සරල සිද්ධියකි

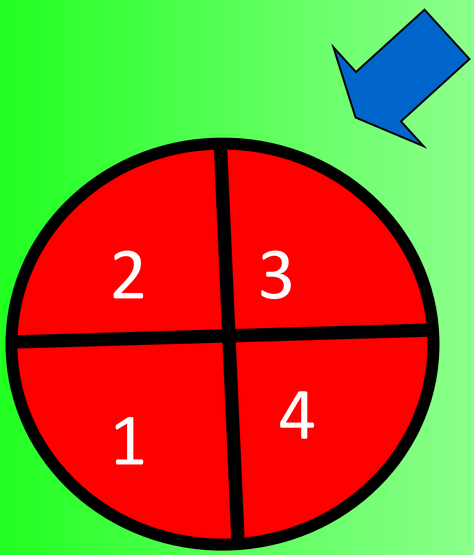
B = { ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම } ← මෙය සංයුක්ත සිද්ධියකි

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල

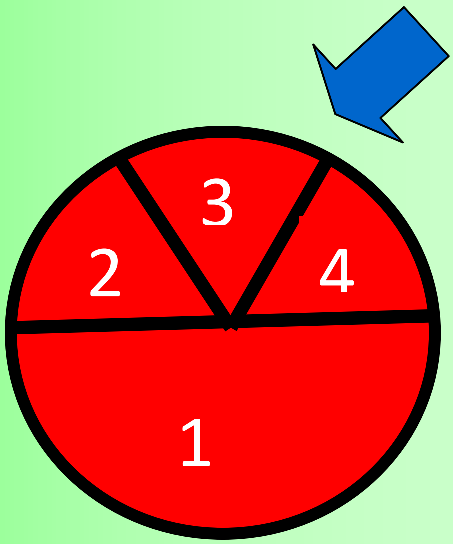
සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී සෑම ප්‍රතිඵලයක්ම ලැබීමට සමාන හැකියාවක් ඇත්නම් එවැනි පරීක්ෂණයක් සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵලසහිත පරීක්ෂණයක් ලෙස හඳුන්වයි

උදාහරණ-

පහත දැක්වෙන වාසනා චක්‍ර කැරකැවීමෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලකෙරෙහි අවධානය යොමු කරන්න



ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය වේ



ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය නොවේ

සිද්ධියක සම්භාවිතාව

$$\text{සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{සිද්ධියේ අවයවගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයවගණන}}$$

S නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන n(s) මගින්ද A නම් සිද්ධියක අවයව ගණන n(A) මගින්ද දැක්වෙන විට A සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව P (A) ලෙස දැක්විය හැක එය පහත ආකාරයට ලියා දක්වයි

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

උදාහරණ-

1 සිට 7 තෙක් අංක ලියූ සමාන කාඩ්පත් 7ක් ඇති මල්ලකට අත දමා කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු

- නියැදි අවකාශය ලියා n(S) සොයන්න

  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

  $n(s) = 7$

- ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියා n(A) සොයන්න

  $A = \{2, 3, 5, 7\}$

  $n(A) = 4$

- ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව p(A) සොයන්න

  $$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

  $$P(A) = \frac{4}{7}$$

සිද්ධි දෙකක ඡේදනය හා මේලය

කුලක පාඩමේදී අප ගොඩනගා ගත් සූත්‍රය අනුව

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

සෑම පදයක්ම $n(s)$ වලින් බෙදූවිට

$$\frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{n(A)}{n(s)} + \frac{n(B)}{n(s)} - \frac{n(A \cap B)}{n(s)}$$

$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

උදාහරණ-

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{3}$ නම් $P(A \cup B)$ සොයන්න

$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{8}{12}$$

$$= \frac{1}{12}$$

අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

එකම නියැදි අවකාශය තුළ සිද්ධි 2ක් ගත්විට ඒවාට පොදු අවයව නොමැතිනම් එම සිද්ධි 2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි තවද අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි 2ක් එකවර සිදු නොවෙයි

$A \cap B = \emptyset$ **නම්** A හා B සිද්ධි 2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ

A හා B සිද්ධි 2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වනවිට

$P(A\cap B) = 0$ බැවින්

$$\mathbf{P(A\cup B) = P(A) + P(B)}$$

උදාහරණ-

X හා Y අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි 2ක් වන අතර $P(X) = \frac{5}{8}$

$P(Y) = \frac{3}{10}$ ද වේ

- ❖ $P(X\cap Y)$ සොයන්න
- ❖ $P(X\cup Y)$ සොයන්න

පිළිතුරු

- ❖ $P(X\cap Y) = 0$
- ❖ $P(X\cup Y) = P(X) + P(Y)$

$$= \frac{5}{8} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{25}{40} + \frac{12}{40}$$

$$= \frac{37}{40}$$

අනුපූරක සිද්ධි

පැතිවල 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියූ සමබර දාදු කැටයක් උඩදැමූවිට නියැදි අවකාශය

S = { 1, 2 , 3, 4 , 5, 6 } ලෙස ලිවිය හැක

3හි ගුණාකාරයක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම්

A = { 3, 6 } වේ

එවිට 3හි ගුණාකාරයක් නොලැබීමේ සිද්ධිය A හි **අනුපූරක සිද්ධිය** ලෙස හඳුන්වන අතර එය $A^{/}$ ලෙස ලියා දක්වයි

$A^{/}$ = { 1, 2, 4,5 } වේ

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A^{/}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A) + P(A^{/}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$P(A) + P(A^{/}) = 1$$

$$\mathbf{P(A^{/}) = 1 - P(A)}$$

උදාහරණ - 1

$P(X) = \frac{4}{9}$ නම් $P(X^{/})$ සොයන්න

$$\mathbf{P(X^{/}) = 1 - P(X)}$$

$$\mathbf{P(X^{/}) = 1 - \frac{4}{9}}$$

$$\mathbf{P(X^{/}) = \frac{5}{9}}$$

උදාහරණ - 2

$P(X) = \frac{2}{5}$ ද $P(Y^{/}) = \frac{4}{7}$ ද $P(X \cup Y) = \frac{7}{10}$ ද නම්

❖ **P(Y) සොයන්න**

$$P(Y) = 1 - P(Y^{/})$$

$$P(Y) = 1 - \frac{4}{7}$$

$$P(Y) = \frac{3}{7}$$

❖ **P(X∩ Y) සොයන්න**

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

$$\frac{7}{10} = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - P(X \cap Y)$$

$$P(X \cap Y) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{7}{10}$$

$$P(X \cap Y) = \frac{28}{70} + \frac{30}{70} - \frac{49}{70}$$

$$P(X \cap Y) = \frac{9}{70}$$

❖ **P(X∩ Y)$^{/}$ සොයන්න**

$$P(X \cap Y)^{/} = 1 - P(X \cap Y)$$

$$P(X \cap Y)^{/} = 1 - \frac{9}{70}$$

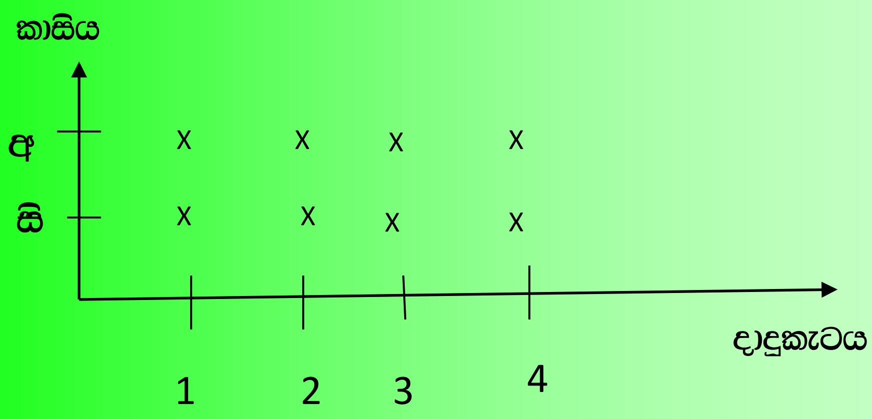
$$P(X \cap Y)^{/} = \frac{61}{70}$$

නියැඳි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය

උදාහරණ - 1

පැතිවල 1 සිට 4 තෙක් අංක ලියූ සමබර චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් සහ සමබර කාසියක් එකවර උඩදමා ඒවාමේසය මත ස්පර්ශ වන පැතිවල ප්‍රතිඵල සටහන් කිරීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු

❖ ඉහත නියැඳි අවකාශය කොටුදැලක නිරූපණය කරන්න



❖ කාසියේ සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

❖ දාදු කැටයේ 2 ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

❖ කාසියේ අගය හා දාදු කැටයේ 4 සම්භාවිතාව සොයන්න

$\frac{1}{8}$

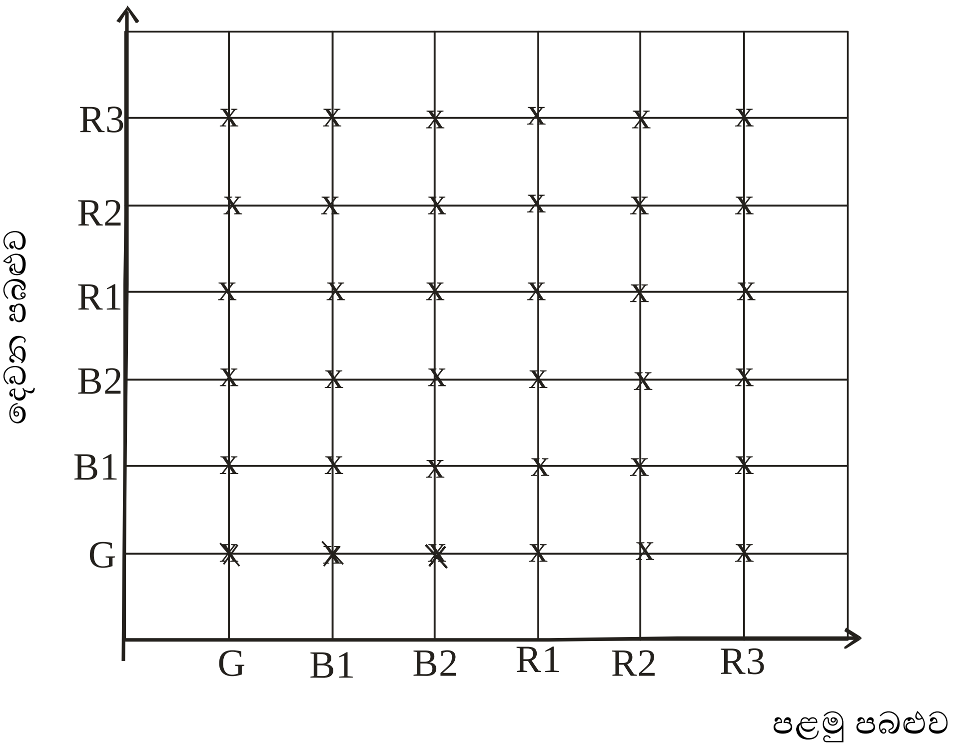
❖ කාසියේ අගය හා දාදු කැටයේ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

උදාහරණ 2 :

සර්වසම කොළ පබළු 1ක්ද නිල් පබළු 2ක් ද රතු පබළු 3ක් ද භාජනයක ඇත. ඒවා G , B_1 , B_2 , R_1 , R_2 , R_3 ලෙස නම්කර ඇත. එම භාජනයෙන් අහඹු ලෙස පබළුවක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කොටගෙන නැවත භාජනයට දමා තවත් පබළුවක් ගෙන වර්ණය සටහන් කරගනු ලැබේ.

01) අදාල නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න



1. පබළු දෙකම නිල්පාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න
   $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

2. පළමු පබළුව කොළ පාට වී දෙවැන්න රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න
   $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

3. පබළු දෙකම එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න
   $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

ස්වායත්ත සිද්ධි

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී එක් සිද්ධියක සිදුවීම වෙනත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් ලෙස හඳුන්වයි.

A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි 2 ක් වනවිට එය පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$$

උදාහරණ :

X හා Y ස්වායත්ත සිද්ධි 2ක් වනවිට $P(X) = \frac{2}{3}$ ද $P(Y) = \frac{3}{4}$ ද වේ.

01) $P(X \cap Y)$ සොයන්න

$$P(X \cap Y) = P(X)\,P(Y)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

02) $P(X \cup Y)$ සොයන්න

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{6}{12}$$

$$= \frac{11}{12}$$

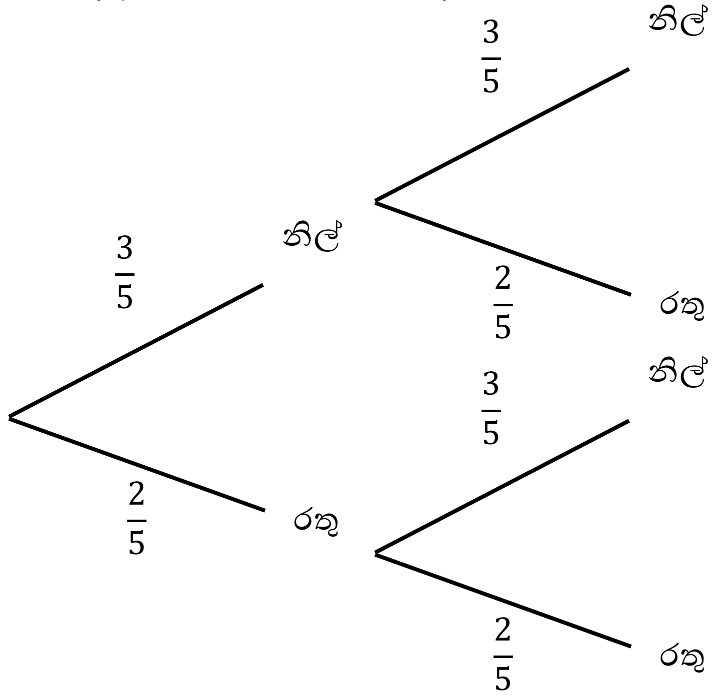
රුක් සටහන්

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාල සම්භාවිත සෙවීමේදී නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක් මඟින්ද නිරූපණය කල හැකිය.

උදාහරණ 01 :

භාජනයක නිල් පැන්සල් 3 ක් ද රතු පැන්සල් 2 ක් ද ඇත. එම භාජනයෙන් අහඹු ලෙස පැන්සලක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කොටගෙන නැවත භාජනයට දමා තවත් වරක් පැන්සලක් ගෙන වර්ණය සටහන් කරගනී.

➢ අදාල නියැදි අවකාශය රුක්සටහනක දක්වන්න



1. පළමු පැන්සල් නිල් වර්ණයෙන් ද දෙවැන්න රතු වර්ණයෙන් ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

2. පැන්සල දෙකම රතු වර්ණයෙන් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

3. පැන්සල් දෙකම එකම වර්ණයෙන් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$$