# 11 ශ්‍රේණිය - 14 පාඩම

## සමකෝණික ත්‍රිකෝණ

❖ දිග අතර අනුපාත

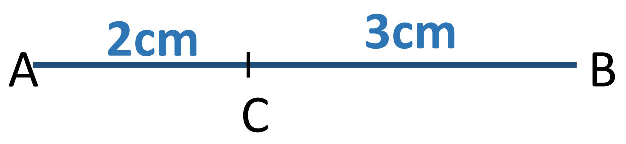
❖ ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක්, ඉතිරි පාදයට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවකින් බෙදීම (ප්‍රමේයය)

❖ ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම පාදයකට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවෙන් ඉතිරි පාද සමානුපාතික ව බෙදීමට සම්බන්ධ (ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

❖ සමරූපී හා සමකෝණී රූප

- ✓ සමකෝණී ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය
- ✓ සමකෝණී ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය

## ❖දිග අතර අනුපාතය



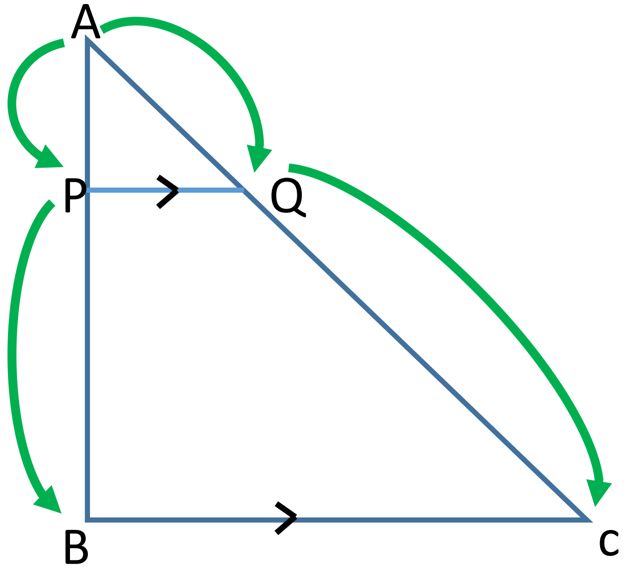

AC : CB = 2 : 3

CB : AC = 3 : 2

AC : AB = 2 : 5

CB : AB = 3 : 5

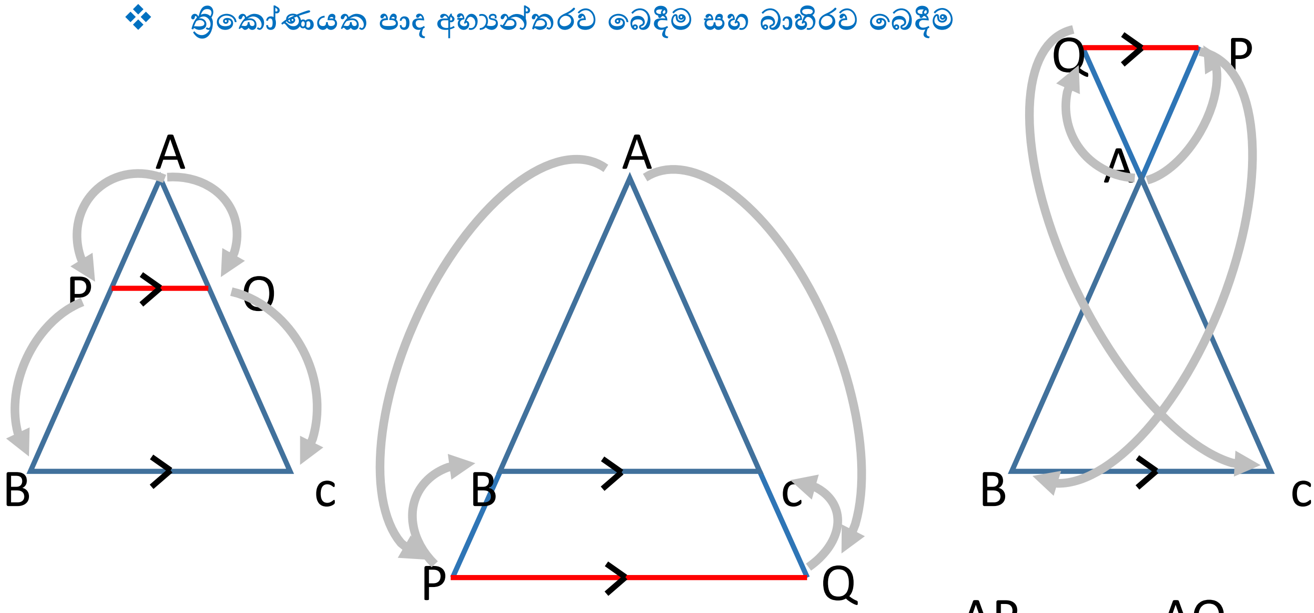
ප්‍රමේයය - ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තරව අදින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතිකව බෙදයි.




AP : PB = AQ : QC

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

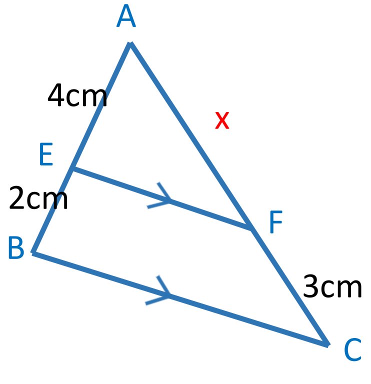
❖ ත්‍රිකෝණයක පාද අභ්‍යන්තරව බෙදීම සහ බාහිරව බෙදීම




$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

**නිදසුන 01 -**

AF රේඛාවේ දිග සොයන්න.




AF රේඛවේ දිග x ලෙස ගනිමු.

EF // BC නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{4}{2}$$

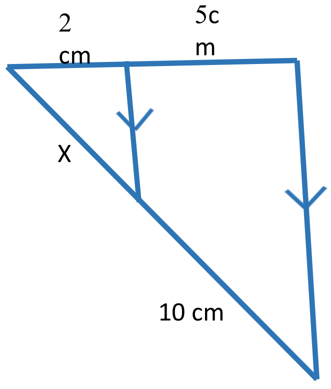
$$x = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}_{1}} \times 3$$

$$= 6 \text{ cm}$$

AF රේඛවේ දිග 6 cm වේ.

**නිදසුන 02 -**

X හි අගය සොයන්න.




රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\frac{x}{10} = \frac{2}{5}$$

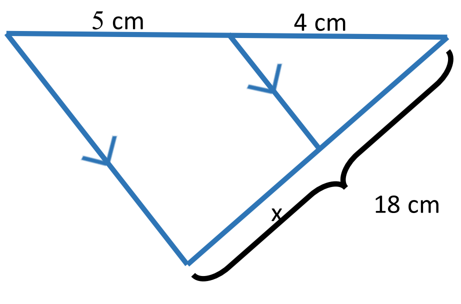
$$x = \frac{2}{\cancel{5}_{1}} \times \cancel{10}^{2}$$

$$= 4 \text{ cm}$$

**නිදසුන 03 -**

X හි අගය සොයන්න.

I ක්‍රමය




රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

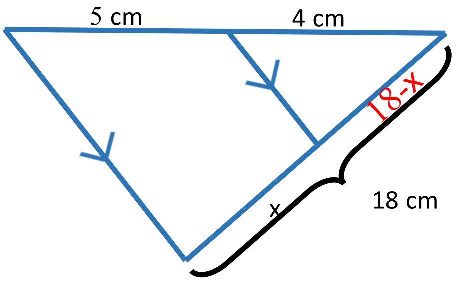
$$\frac{x}{18} = \frac{5}{9}$$

$$x = \frac{5}{\cancel{9}_{1}} \times \cancel{18}^{2}$$

$$= 10 \text{ cm}$$

**නිදසුන 03 -**

X හි අගය සොයන්න.




**II ක්‍රමය**

රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\frac{x}{(18-x)} = \frac{5}{4}$$

$$4x = 5 \times (18-x)$$

$$4x = 90 - 5x$$

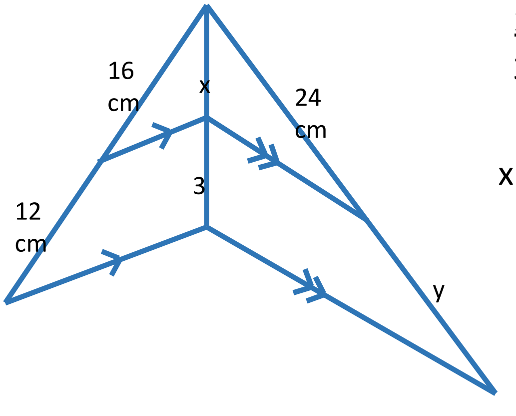
$$4x + 5x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

**නිදසුන 04 -**

X සහ y හි අගය සොයන්න.




රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\frac{x}{3} = \frac{16}{12}$$

$$x = \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{\cancel{4}_{1}}} \times \cancel{3}^{1}$$

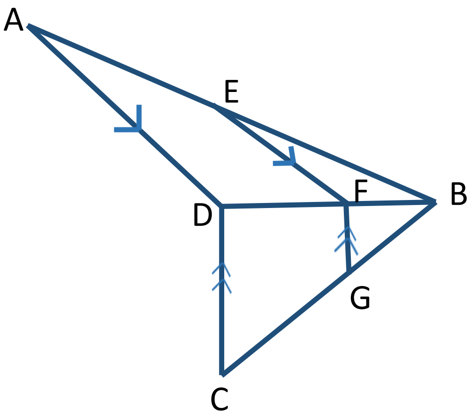
$$= 4 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{24} = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \times \cancel{24}^{6}$$

$$= 18 \text{ cm}$$

**නිදසුන 05 -** AE:EB = CG:GB බව පෙන්වන්න.




ABD ත්‍රිකෝණය සලකා,

AD // EF නිසා ප්‍රමේයයට අනුව,

DF : FB = AE : EB ——— (1)

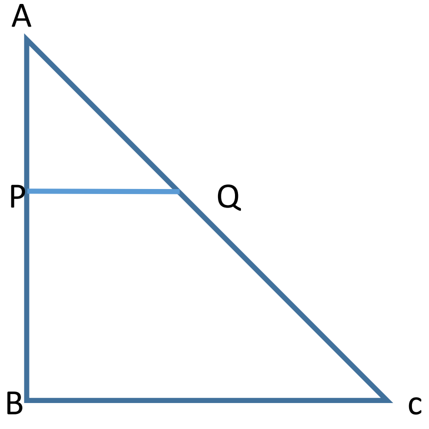
BDC ත්‍රිකෝණය සලකා,

DF : FB = CG : GB ——— (2)

(1) හා (2) ට අනුව

AE : EB = CG : GB වේ.

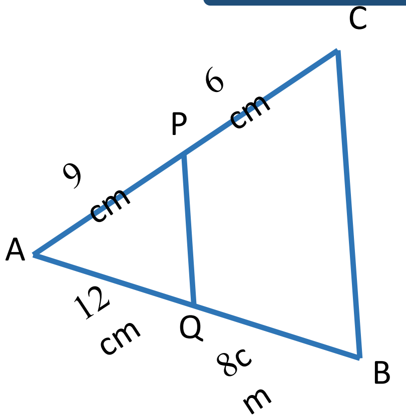
**ප්‍රමේයයේ විලෝමය - ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තරව අඳින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතිකව බෙදයි.**




**AP : PB = AQ : QC වේ නම්,**

**PQ // BC වේ**

**නිදසුන 01 -**




PQ // BC බව පෙන්වන්න.

AP : PC = 9 : 6

= 3 : 2

AQ : QB = 12 : 8

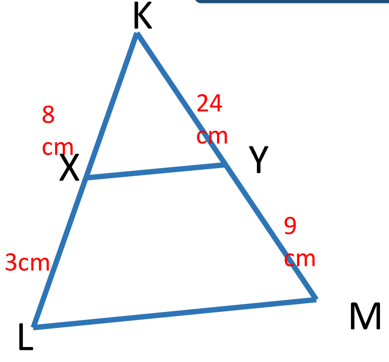
= 3 : 2

∴ AP : PC = AQ : QB වේ.

∴ AC හා AB පාද PQ මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇත.

∴ PQ // BC වේ.

**නිදසුන 02 -**




$K\hat{X}Y = X\hat{L}M$ බව පෙන්වන්න.

KX : XL = 8 : 3

KY : YM = 24 : 9

= 8 : 3

∴ KX : XL = KY : YM වේ.

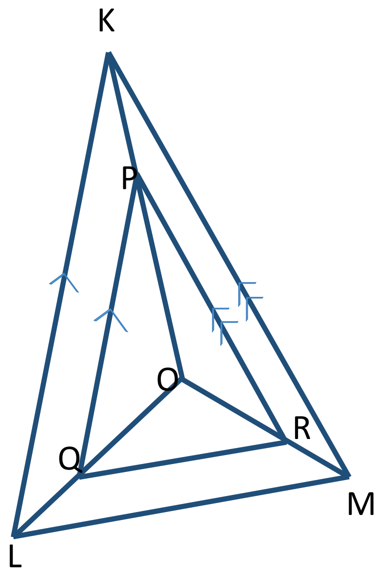
KL හා KM පාද XY මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇත.

∴ XY // LM වේ.

සමාන්තර රේඛා අතර අනුරූප කෝණ සමාන වන නිසා

$K\hat{X}Y = X\hat{L}M$ වේ.

**නිදසුන 03 -** රූපසටහටනේ දී ඇති දත්ත අනුව QR // LM බව පෙන්වන්න.




OKL ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට

KL // PQ නිසා ප්‍රමේයයට අනුව

∴ OP : PK = OQ : QL ——— (1)

OKR ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට

KM // PR නිසා ප්‍රමේයයට අනුව

OP : PK = OR : RM ——— (2)

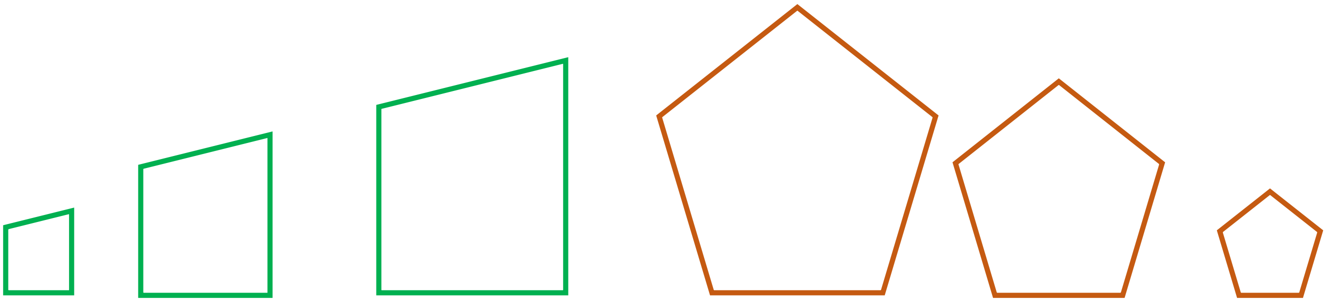
(1) හා (2) ට අනුව

OQ : QL = OR : RM වේ.

∴ OL හා OM පාද QR මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇත.

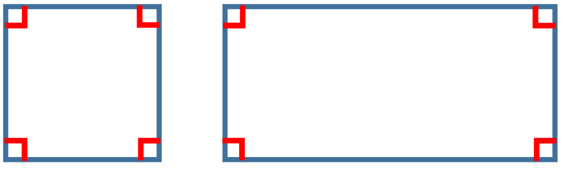
∴ QR // LM වේ.

## ❖ සමරූපී සහ සමකෝණී රූප



එකම හැඩය විශාල වී හෝ කුඩා වී සෑදෙන තල රූප සමරූපී තල රූප ලෙස සලකයි. එමෙන්ම සමරූපී බහු අස්‍ර වල ,

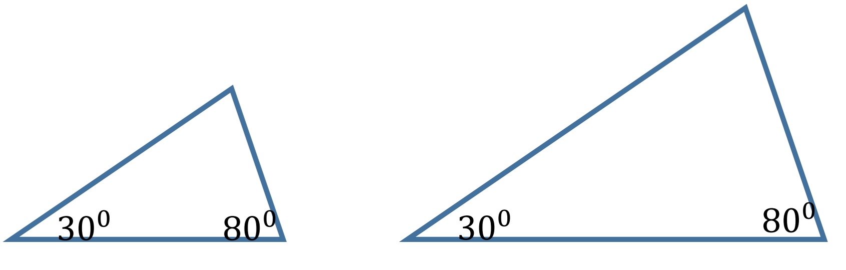
1. අනුරූප කෝණ විශාලත්වයෙන් සමාන වේ.
2. අනුරූප පාද දිගින් සමානුපාතික වේ.



චතුරස්‍ර හෝ ඊට වඩා වැඩි පාද ගණනක් සහිත බහු අස්‍ර වල කෝණ සමාන වූ පමණින් එම බහු අස්‍ර සමරූපී නොවේ.

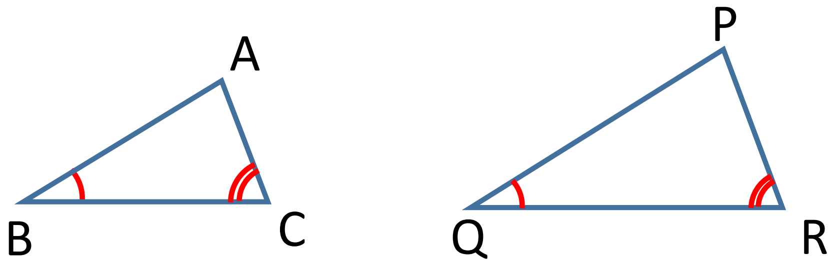
නමුත් ,

**ත්‍රිකෝණ වල** අනුරූප කෝණ සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ සමරූපී වේ.




ඒ අනුව සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමරූපී ද වේ. මෙම කරුණු උපයෝගී කරගෙන ප්‍රමේයයක් ගොඩනැගී ඇත.

**ප්‍රමේයය - ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමකෝණික වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙකේ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.**




$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ සහ $A\hat{C}B = P\hat{R}Q$ වේ නම්,

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ වල එකතුව $180^0$ නිසා

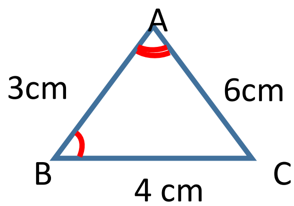
$B\hat{A}C = Q\hat{P}R$ වේ.

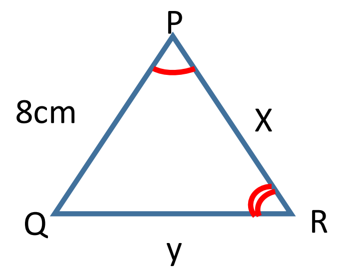
∴ ABC සහ PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණී වේ. එවිට ,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$ වේ.

**නිදසුන 01 -**

X සහ y හි අගය සොයන්න.




ABC සහ PQR ත්‍රිකෝණ වල $A\hat{B}C = Q\hat{P}R$

$B\hat{A}C = Q\hat{R}P$

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ වල එකතුව $180^0$ නිසා

$A\hat{C}B = P\hat{Q}R$

ABC සහ PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ.

∴ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

$\frac{BC}{PQ} = \frac{AB}{PR}$

$\frac{4}{8} = \frac{3}{X}$

$4x = 8 \times 3$

$x = \frac{8 \times 3}{4}$

$x = 6$ cm

$\frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{QR}$

$\frac{4}{8} = \frac{6}{Y}$

$4 = 8 \times 6$

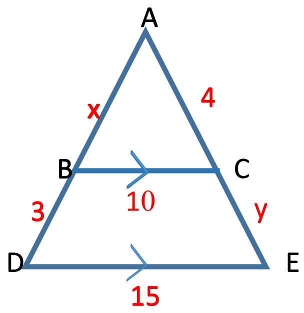
$Y = \frac{8 \times 6}{4}$

$y = 12$ cm

## නිදසුන 02 -

I. ABC ත්‍රිකෝණය සහ ADE ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න

II. X සහ y හි අගය සොයන්න.




I. ABC සහ ADE ත්‍රිකෝණ වල

$A\hat{B}C = A\hat{D}E$ (BC//DE , අනුරූප කෝණ)

$A\hat{C}B = A\hat{E}D$ (BC//DE , අනුරූප කෝණ)

$B\hat{A}C = D\hat{A}E$ (පොදු කෝණය)

∴ ABC සහ ADE ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ

II. ABC සහ ADE ත්‍රිකෝණ සමකෝණික නිසා අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ

$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$

$\frac{X}{X+3} = \frac{10}{15}$

$15x = 10(X+3)$

$15x = 10X + 30$

$15x - 10X = 30$

$5x = 30$

$x = 6$ cm

$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

$\frac{4}{Y+4} = \frac{10}{15}$

$60 = 10(Y+4)$

$60 = 10Y + 40$

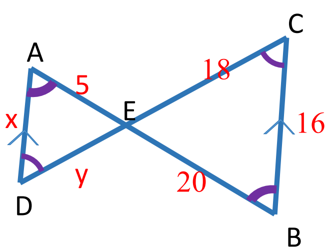
$60 - 40 = 10Y$

$20 = 10Y$

$2$ cm $= Y$

## නිදසුන 03 -

ABC ත්‍රිකෝණය සහ ADE ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වා X සහ y හි අගය සොයන්න.




ADE සහ BCE ත්‍රිකෝණ වල

$D\hat{A}E = E\hat{B}C$ (AD//BC , ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{D}E = E\hat{C}B$ (AD//BC , ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{E}D = C\hat{E}B$ (ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ වල එකතුව $180^0$ )

∴ ADE සහ BCE ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ

∴ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ

$\frac{AD}{BC} = \frac{AE}{EB}$

$\frac{X}{16} = \frac{5}{20}$

$x = \frac{5}{20} \times 16$

$x = 4$ cm

$\frac{DE}{EC} = \frac{AE}{EB}$

$\frac{y}{18} = \frac{5}{20}$

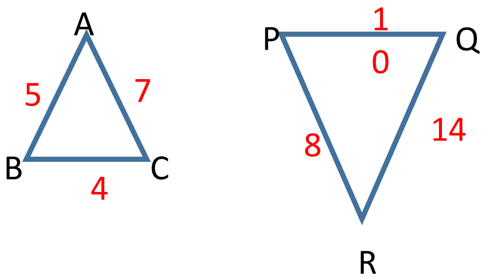
$y = \frac{5}{20} \times 18$

$y = 4.5$ cm

## ප්‍රමේයයේ විලෝමය - එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමානුපාතික වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික වේ.

**නිදසුන 01 -**

පහත ත්‍රිකෝණ යුගලය සමකෝණික බව පෙන්වා සමාන වන කෝණ යුගල ලියා දක්වන්න.




$$\frac{AB}{PQ} = \frac{\cancel{5}^{\,1}}{\cancel{10}_{\,2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{PR} = \frac{\cancel{4}^{\,1}}{\cancel{8}_{\,2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{QR} = \frac{\cancel{7}^{\,1}}{\cancel{14}_{\,2}} = \frac{1}{2}$$

පාද අතර අනුපාත සමාන නිසා ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ.

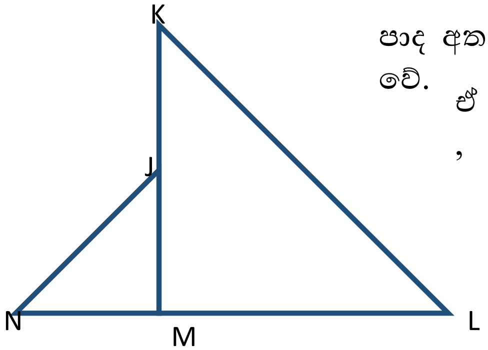
ඒ අනුව ,

$A\hat{B}C = Q\hat{P}R$

$A\hat{C}B = P\hat{R}Q$

$B\hat{A}C = P\hat{Q}R$ වේ.

**නිදසුන 02 -** මෙහි $\frac{KM}{JM} = \frac{ML}{MN} = \frac{KL}{JN}$ වේ. මෙහි එකිනෙකට සමාන කෝණ 03 ක් ලියා දක්වන්න.




පාද අතර අනුපාත සමාන නිසා KML හා JMN ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ.

ඒ අනුව ,

$K\hat{M}L = J\hat{M}N$

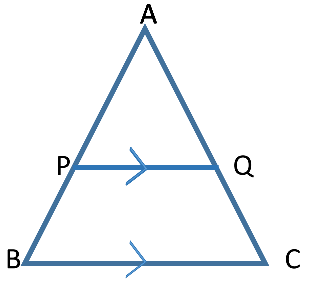
$M\hat{K}L = M\hat{J}N$

$M\hat{L}K = M\hat{N}J$ වේ.

**නිදසුන 03 -**

I. APQ සහ ABC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න

II. $\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$ බව පෙන්වන්න.




I. APQ හා ABC ත්‍රිකෝණ වල

$A\hat{P}Q = A\hat{B}C$ (PQ//BC , අනුරූප කෝණ)

$A\hat{Q}P = A\hat{C}B$ (PQ//BC , අනුරූප කෝණ)

$P\hat{A}Q = B\hat{A}C$ (පොදු කෝණය)

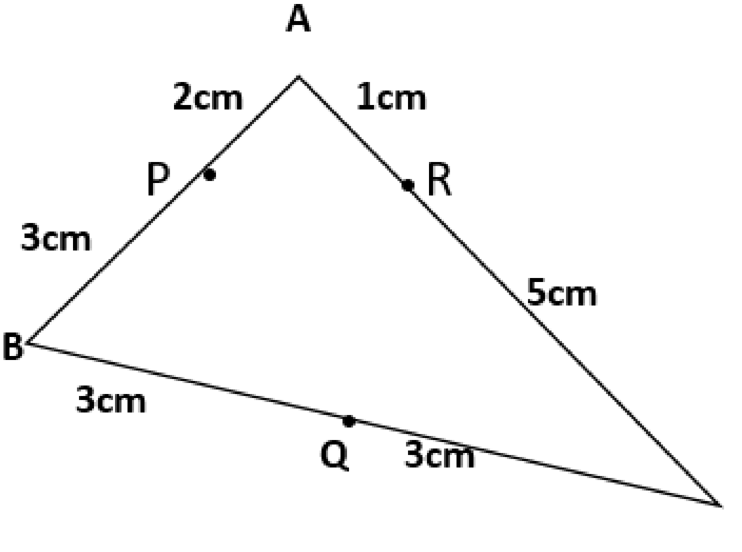
ඒ අනුව , APQ සහ ABC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ.

II. සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වල අනුරූප පාද සමානුපාතික නිසා

$\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$ වේ.

අභ්‍යාසය 1

❖ පහත ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පදය මත P,Q,R ලක්ෂ පිහිටා ඇත.එම ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාද දිග ඇසුරින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න

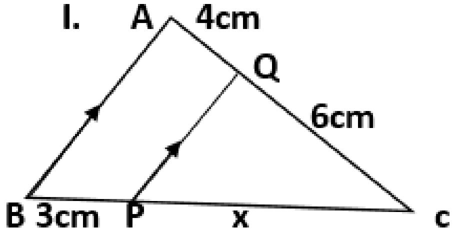


| පාදය | පාද දිග අනුපාතයක් ලෙස | භාගයක් ලෙස |
|---|---|---|
| AB | AP:PB=2:3<br><br>AP: AB=……<br><br>AB: AP=…… | $\frac{AP}{PB}=\frac{2}{3}$<br><br>$\frac{AP}{AB}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{AB}{AP}= \frac{}{}$ |
| BC | BQ: QC=…..<br><br>BQ: BC=……<br><br>QC: BC=……<br><br>BC: BQ=…… | $\frac{BQ}{QC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{BQ}{BC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{QC}{BC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{BC}{BQ}= \frac{}{}$ |
| AC | AR: RC=……<br><br>AR: AC=……<br><br>RC: AC=……<br><br>AC: RC=…… | $\frac{AR}{RC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{AR}{AC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{RC}{AC}= \frac{}{}$<br><br>$\frac{AC}{RC}= \frac{}{}$ |

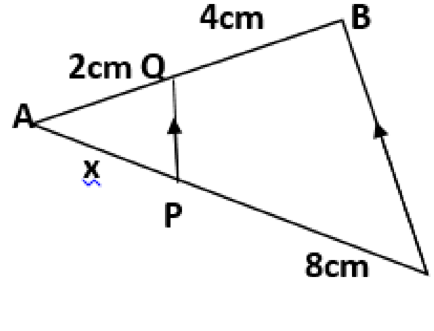
<u>අභ්‍යාස 2</u>

**1.** පහත දැක්වෙන රූප සටහන් වන අඥාත මගින් දක්වා ඇති අගය සොයන්න

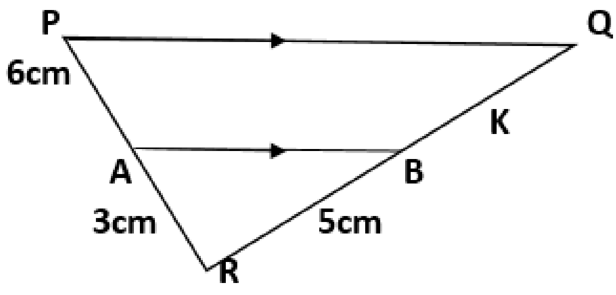
I.



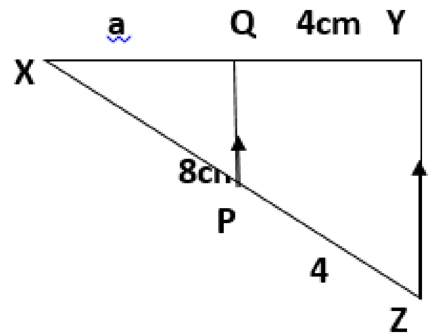

2.



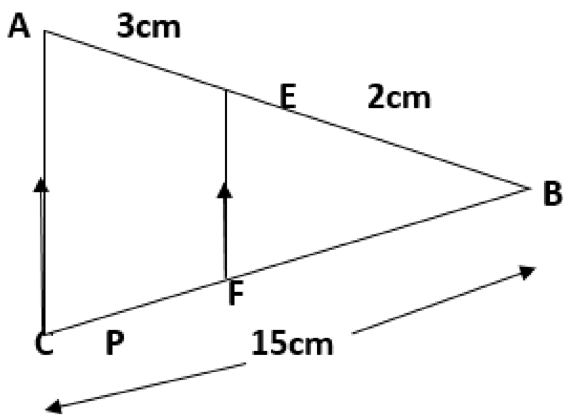

3.




4.

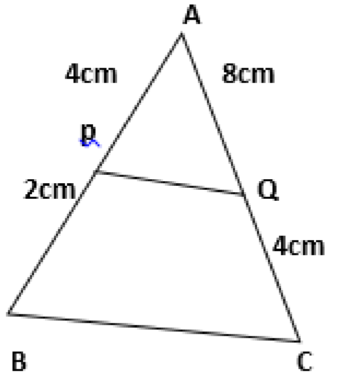



5.

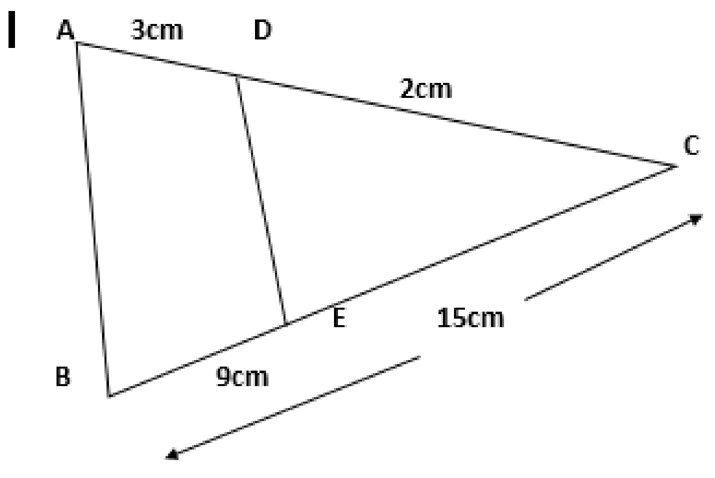


අභ්‍යාසය 3

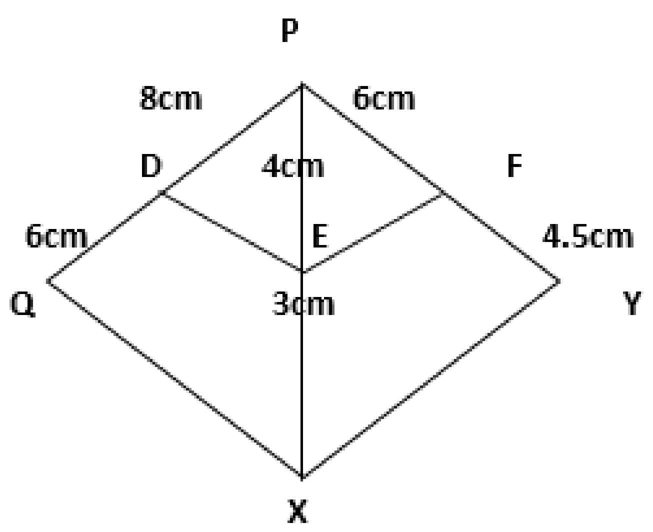
1 පහත රූපයේ ඇති තොරතුරු අනුව BC,PQට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.




2. රූපයේ AB//DE බව පෙන්වන්න.

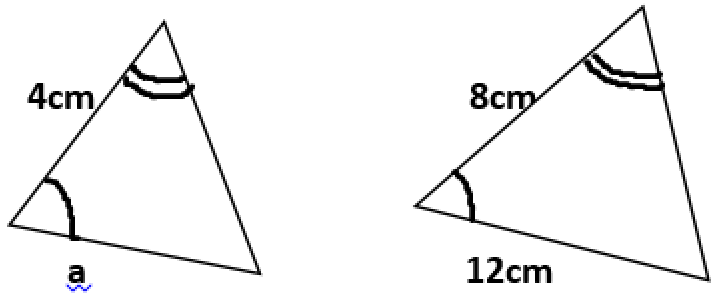



3 පහත රූපයේ දී ඇති තොරතුරු හා මිනුම් අනුව, QX //DE P සහ XY//EF බව පෙන්වන්න.

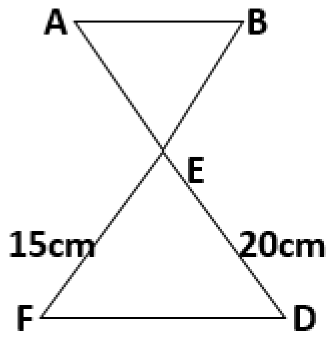


අභ්‍යාසය **4**

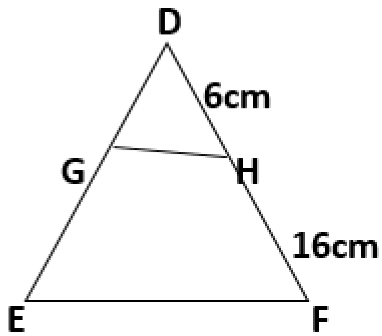
**1** පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලයේ අඥාත මගින් දක්වා ඇති පාදයේ දිග සොයන්න.




**2** මෙහි **AB//FD** වේ. **AEB** හා **EFD** ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වා **FD** සහ **BE** සොයන්න

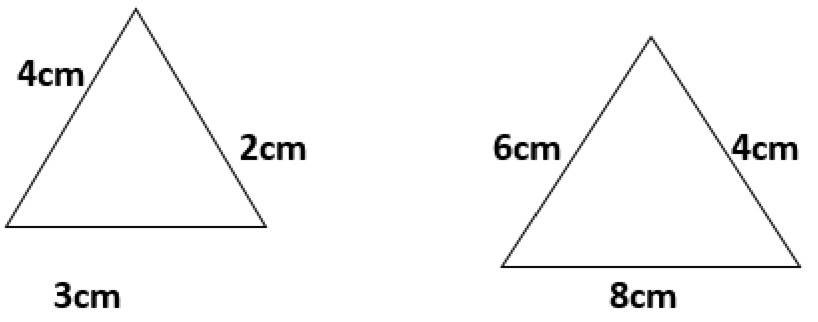



**3.**රූපයෙ $D\hat{G}H$ හා $E\hat{O}D$ නම් **DGH** හා ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න.**GE** සහ **EQ** දිග සොයන්න.

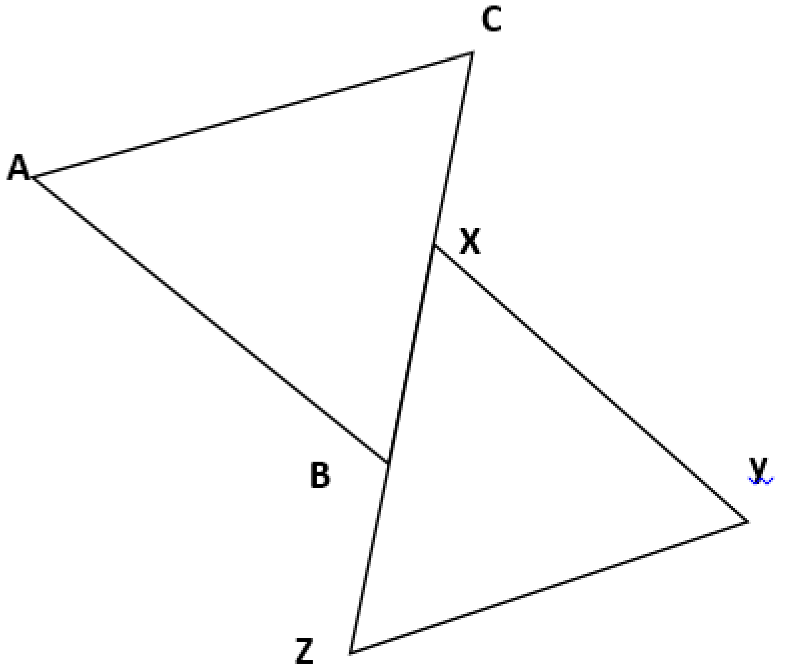


අභ්‍යාසය **5**

**1** පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය සමාන වේද නොවේද යන්න සඳහන් කර එයට හේතුව සඳහන් කරන්න




**2** ඔබට ලබාදී ඇති රූපය $\frac{AB}{XZ}=\frac{AC}{XY}=\frac{BC}{YZ}$ වේ. **$B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$** කෝණ එක එකක් සඳහා හා සමාන වෙනත් කෝණ යක් ලියා දක්වන්න.



සමකෝණික ත්‍රිකෝණ පිළිබඳ වැඩිදුර ඉගෙනීමට පිවිසෙන්න....

https://www.youtube.com/watch?v=Faot64Alvtg

https://www.youtube.com/watch?v=XScjlN_2CMA

https://www.youtube.com/watch?v=iUwTQun0__I