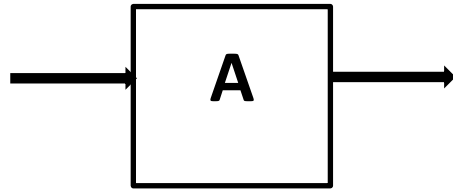
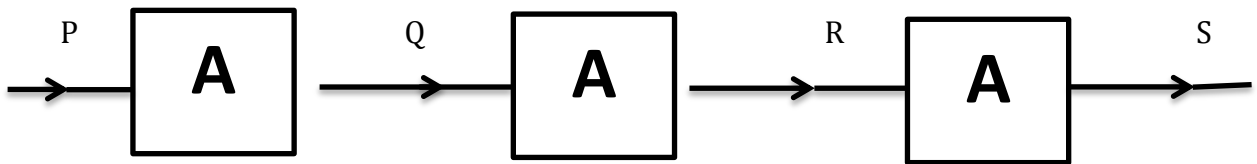


ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි



A මගින් සංකේතවත් ඇත්තේ කුඩා යන්ත්‍රයක් යැයි සිතන්න. එම යන්ත්‍රයට ඇතුළු කරන ඕනෑම අගයක් දෙගුණ වී ඉන් පිටවන්නේ යැයි සිතන්න.

එවැනි යන්ත්‍ර කිහිපයක් එකිනෙක සම්බන්ධ කර ඇත. P, Q, R, S යනු යන්ත්‍රයට ඇතුළු කරන හා පිටවන සංඛ්‍යා යැයි සිතන්න.

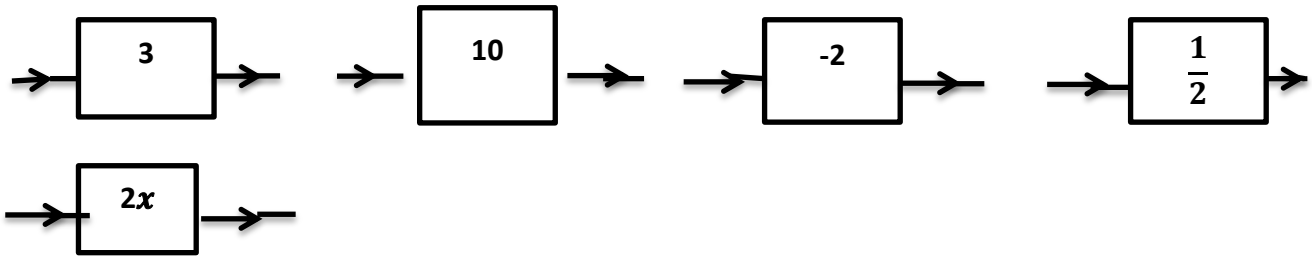


උදා : P = 3 නම් Q = 6 වේ. Q = 6 නම් R = 12 වේ. R = 12 නම් S = 24 වේ.

ඒ අනුව පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න

	P හි අගය	Q හි අගය	R හි අගය	S හි අගය
i	3	6	12	24
ii	4	8
iii	5
iv	7
v	80
vi	8
vii	4
viii	-3

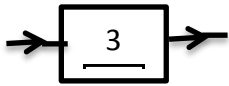
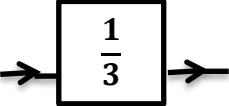
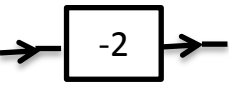



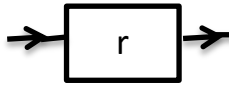
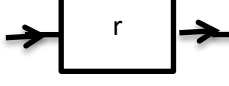
පහතින් දැක්වෙන්නේ ඉහත ආකාරයේ යන්ත්‍ර යැයි සිතන්න. එසේම එම යන්ත්‍රයට ඇතුළු කරන සංඛ්‍යාව යන්ත්‍රය මත සඳහන් අගයෙන් ගුණ වන්නේ යැයි සිතන්න.



පහත වගුව අධ්‍යනය කර අවබෝධ කර ගන්න

යන්ත්‍රය	ඇතුළු වන අගය	පිටවන අගය
	4	12
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
	4	-8
	-3	6
	8	4
	3	6x
	3x	6x ²

ඉහත වගුව අධ්‍යනය කිරීමෙන් ලද දැනුම භාවිතයෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න

යන්ත්‍රය	ඇතුළු වන අගය	පිටවන අගය
	2
	6
	-8
	5	15
	2	-14
	6	2
	2
	a

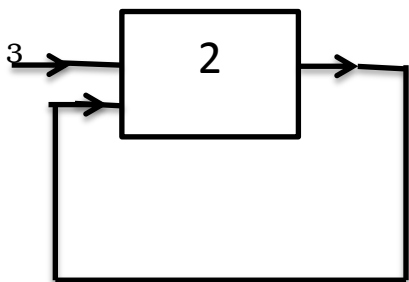
දැන් අපි එකම ගුණාංගය ඇති යන්ත්‍ර කිහිපයක් එකිනෙකට ඇදා ඇති අවස්ථාවක් සලකමු. මෙහිදී එක් යන්ත්‍රයකින් පිටවන සංඛ්‍යාව අනෙක් යන්ත්‍රයට ඇතුළු වන සංඛ්‍යාව වේ.



මෙම අවස්ථාව අධ්‍යයනය කරන්න. එම දැනුමින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

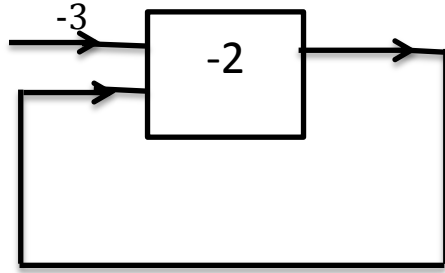
R	a	b	c	d	e
2	3	6	12	24	48
10	2	20	200	2000	20000
$\frac{1}{2}$	96	48	24
$\frac{1}{3}$	162
2	x	$2x$	$4x$
$2x$	x	$2x^2$
-2
3	18	54
.....	80	160
n	a	an	an^2	an^3
r	a

පහත යන්ත්‍රයට සංඛ්‍යාවක් එක් වරක් ඇතුළු කළ විට නැවත නැවතත් යන්ත්‍රයට ඇතුළු වන සංඛ්‍යාව මුල් සංඛ්‍යාවෙන් ආරම්භ කර ලියමු.



මෙහිදී යන්ත්‍රයෙන් පිටවන සංඛ්‍යාව නැවත යන්ත්‍රයට ඇතුළු වේ

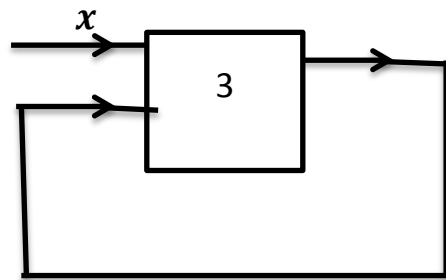
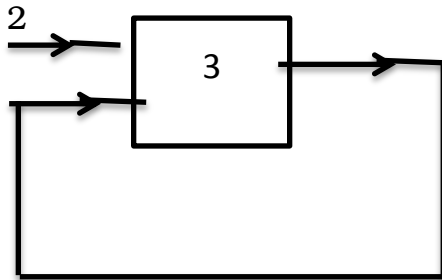
3 , 6 , 12 , 24 , 48,



මෙම යන්ත්‍රය තුළට ඇතුළු වන සංඛ්‍යා පහත ආකාරයෙන් පවතී.

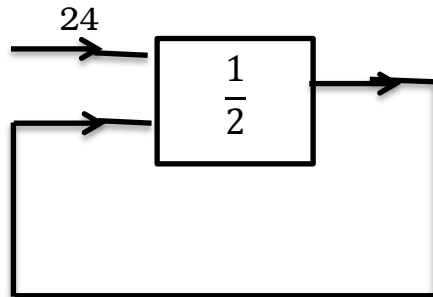
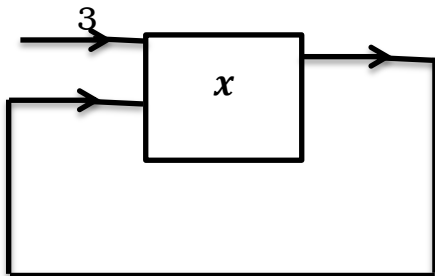
$-3, 6, -12, 24, -48, \dots$

එහි අවස්ථා වලදී යන්ත්‍රය තුළට ඇතුළු වන සංඛ්‍යා පද 6ක් දැක්වා ලියන්න.



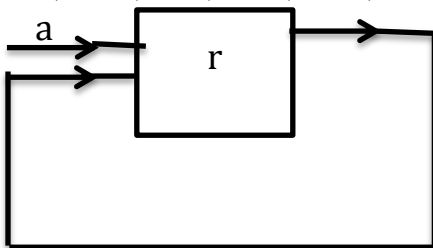
..... , , , , ,

..... , , , , ,



..... , , , , ,

..... , , , , ,



..... , , , , ,

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි හඳුනා ගැනීම

ඔබ මේ වන විට පහත දැක්වෙන ආකාරයේ සංඛ්‍යා රටාවක් ගොඩ නැගීම පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබාගෙන ඇත.

3 , 6, 12 ,24, 48,.....

2 , 6, 18 ,54, ,.....

, 3*x*, 9*x*, 27*x* , 81*x* ,.....

48 ,24, 12 ,6, 3 ,.....

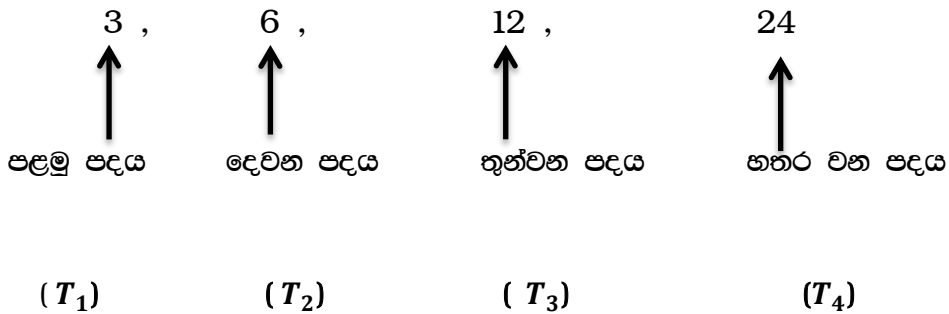
2*x* , 2*x*², 2*x*³, 27*x* , 2*x*² ,

a , ar , a r² , a r³, a r⁴,.....

මෙවැනි ආකාරයේ අනුක්‍රමයකට ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් යැයි කියනු ලැබේ.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි පිළිබඳව පහත දේ පිළිබඳ දැනුම ඔබ සතු විය යුතුය.

* ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක ආරම්භක අගය එහි පළමු පදය ලෙසත් ඉන් පසුව ඇති පද දෙවන පදය ,තුන්වන පදය ,හතර වන පදය ලෙස හඳුන්වයි.එසේම ඒවා සඳහා T_1 , T_2 , T_3 ලෙස සංකේත භාවිතා කරයි.



තවද පළමු පදයේ අගය **a** මගින් දක්වයි.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයක අනුයාත පද (එක ප්‍රභ පිහිටි පද) දෙකක් ගත් විට මූලින් හමුවන පදය “පෙර පදය” අනෙක් පදය “පසු පදය” ලෙසත් හඳුන්වයි.

3 , 6, 12 ,24, 48,..... ශ්‍රේඛීයේ

- ❖ 6 ,12 අනුයාත පද ගත් විට පෙර පදය 6 ද පසු පදය 12 වේ.
- ❖ 12 , 24 පද ගත් විට පෙර පදය 12 ද පසු පදය 24 ද වේ.

එක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයක $\frac{\text{පසු පදය}}{\text{පෙර පදය}}$

යන අනුපාතය නියත අගයකි. එම අනුපාතය පොදු අනුපාතය ලෙස හඳුන්වන අතර එය r මගින් සංකේතවත් කරයි.

$$\text{පොදු අනුපාතය (r)} = \frac{\text{පසු පදය}}{\text{පෙර පදය}}$$

3 , 6, 12 ,24, 48,..... යන ශ්‍රේඛීයේ පොදු අනුපාතය (r) අනුයාත පද කිහිපයක් භාවිතයෙන් සොයමු.

$$\begin{array}{cccc} r = \frac{6}{3} & r = \frac{12}{6} & r = \frac{24}{12} & r = \frac{48}{24} \\ = 2 & = 2 & = 2 & = 2 \end{array}$$

එක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයක පොදු අනුපාතය නියත අගයක් බව මින් පැහැදිලිවේ.

එසේ නම් යම් සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයක් වන්නේ ඕනෑම අනුයාත පද දෙකක් අතර පොදු අනුපාතය ඇත්නම් පමණි.

පහත ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛී වල පොදු අනුපාතය සොයන්න.

- (i) 4 , 12, 36 , 108,.....
- (ii) -3 , -6, -18 , 54,.....
- (iii) 5, -10, 20, -40 ,.....
- (iv) , 2x, 4x, 8x ,.....
- (v) 54 , 18 , 6 , 2 ,.....

(vi) $3n, 3n^2, 3n^3, \dots$

(vii) $3n, 6n^2, 12n^3, \dots$

(viii) $a, ar^2, ar^3, ar^4, \dots$

(ix) $(n+2), (n+2)^2, (n+2)^3, \dots$

(x) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \dots$

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක n වන පදය

දැන් අපි ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි පිළිබඳව තව දුරටත් සලකා බලමු . මෙහිදී අපට ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ ඕනෑම පදයක් පළමු පදයේත් පොදුඅනුපාතයෙන් යම් සම්බන්ධතාවයක් මත ගොඩ නැගෙන බව හඳුනා ගත හැකිය.

$3, 6, 12, 24, 48, \dots$ ශ්‍රේණිය සලකමු

පහත දැක්වා ඇති සම්බන්ධතාවය හොඳින් අධ්‍යනය කරන්න

මෙහි පළමු පදය 3 වන අතර පොදු අනුපාතය 2 වේ.

පළමු පදය (T_1) = 3

දෙවන පදය (T_2) = 3 = 3×2

තුන්වන පදය (T_3) = 12 = $3 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^2$

හතර වන පදය (T_4) = 24 = $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^3$

පස් වන පදය (T_5) = 48 = $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^4$

මේ ආකාරයට ගත් විට

$T_1 = 3 \times 2^0$

$T_2 = 3 \times 2^1$

$T_3 = 3 \times 2^2$

$T_4 = 3 \times 2^3$

පදය ආකෘතය වන අගයට වඩා වකස් අඩුවෙන් 2හි දර්ශකය පවතී

$$T_5 = 3 \times 2^4$$

ලෙස සම්බන්ධතාවයක් ලබා ගත හැකි අතර n පදය සඳහා

$T_n = 3 \times 2^{n-1}$ යන සම්බන්ධතාවය ලබාගත හැකියි. මෙය 3 , 6, 12 ශ්‍රේණිය සුවිශේෂී වේ.

2, 6, 18 , 54 , 162 ශ්‍රේණිය සලකමින් එහි එක් එක් පදය සඳහා පළමු පදය හා පොදු අනුපාතය ඇසුරෙන් සම්බන්ධ ලියන්න

මෙහි පළමු පදය 2ද පොදු අනුපාතය 3 දවේ.

$$T_1 = 2 \times 3^0$$

$$T_2 = 2 \times 3^1$$

$$T_3 = 2 \times 3^2$$

$$T_4 =$$

$$T_5 =$$

$$T_7 =$$

$$T_{10} =$$

$$T_n =$$

පළමු පදය a ද පොදු අනුපාතය r ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණිය ලියා එහි n වන පදය සොයමු.

a, ar, ar^2, ar^3, \dots

$$T_n = ar^{n-1}$$

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක n වන පදය පළමු පදය පොදු අනුපාතය පද ගණන අතර සම්බන්ධය

$$T_n = ar^{n-1} \text{ මගින් ලැබේ.}$$

$$T_n = ar^{n-1} \text{ මගින් ගැටළු විසඳන අධ්‍යයනය කරමු.}$$

උදා :- පළමු පදය 4 ද පොදු අනුපාතය 3 ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය සොයන්න.

$$a = 4 \quad r = 3 \quad n = 5$$

$$T_n = ar^{n-1} \text{ හි ඉහත අගයන් ආදේශ කිරීමෙන්}$$

$$T_5 = 4 \times 3^{5-1}$$

$$T_5 = 4 \times 3^4$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$T_5 = 4 \times 81$$

$$T_5 = 324$$

∴ මෙම ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය 324 වේ

උදා 02 :- 6, 12 , 24 ,..... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 5 වන්නේ කිවන පදයද?

$$a = 6 \quad r = 24 \div 12 = 2 \quad T_n = 96 \text{ ලෙස ගනිමු}$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$96 = 6 \times 2^{n-1}$$

$$\frac{96}{6} = \frac{6 \times 2^{n-1}}{6}$$

$$16 = 2^{n-1} \quad (\text{දර්ශක ආශ්‍රිත සමීකරණ})$$

$$2^4 = 2^{n-1}$$

දර්ශක සම කිරීමෙන්

$$4 = n-1$$

$$5 = n$$

96 වන්නේ 5 වන පදයයි

අභ්‍යාස :-

- (1) 2, 6,12,..... ශ්‍රේණියේ හයවන පදය සොයන්න
- (2) -2 ,6 ,12 ,..... ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය සොයන්න
- (3) 3 ,6 ,12 ,..... ශ්‍රේණියේ 48 වන්නේ කිවන පදයද?
- (4) -3 , 6 , 12 ,..... ශ්‍රේණියේ 96 වන්නේ කිවන පදයද?
- (5) පළමු පදය -2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පස්වන පදය -162 වන්නේ කිවන පදයද?
- (6) ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක තුන් වන පදය 45 ද සස්වන පදය 135 ද වේ .මෙම ශ්‍රේණියේ පළමු පදයත් පොදු අනුපාතයත් සොයන්න.

(7) පළමු පදය (a+1) ද පොදු අනුපාතය r ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ n වන පදය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න .

(8) 64 , -32 , 16 , ශ්‍රේණියේ පස්වන පදය හා අටවන පදය සොයන්න.

(9) $4\frac{1}{5}$, $8\frac{2}{5}$, $16\frac{4}{5}$, ශ්‍රේණියේ පස්වන පදය සොයන්න.

(10) $-\frac{1}{27}$, $\frac{1}{9}$, $-\frac{1}{3}$, ශ්‍රේණියේ 10 පදය සොයන්න.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පද n ගණනක ඵෙකනය

පළමු පදය a ද පොදු අනුපාතය r ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණිය පහත පරිදි ලියා දැක්විය හැකියි.

$$a , ar , ar^2 , ar^3 , \dots$$

මෙම ශ්‍රේණියේ පද n ගණනක ඵෙකනය ලබා ගැනීම සඳහා අපට පහත සූත්‍රය ලබා ගත හැකියි.

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

S_n = පද n ගණනක ඵෙකනය

a = පළමු පදය

r = පොදු අනුපාතය

n = පද ගණන

ඉහත සම්බන්ධතාව ඇසුරින් අපට ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක ඵෙකනය හා සම්බන්ධ ගණනය කිරීම් වල යෙදිය හැක .

උදාහරණය බලන්න

උදා :- 3 , 6 , 12 , , ශ්‍රේණියේ පද 7 ක ඵෙකනය සොයන්න.

$$a = 3 \qquad r = \frac{6}{3} \qquad n = 7 \qquad S_7 = ?$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_7 = \frac{3(2^7 - 1)}{2 - 1}$$

පළමු පදය 6 ද පොදු අනුපාතය $\frac{1}{2}$ ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පද 8 ක ඵෙකපය සොයන්න.

$$a = 6 \quad r = \frac{1}{2} \quad n = 8 \quad S_8 = ?$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_8 = \frac{6\{1 - (-\frac{1}{2})^8\}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{6(1 - \frac{1}{256})}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{6 \left(\frac{255}{256} \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3}{6} \times \frac{255}{256} \times \frac{2}{1}$$

$$= \frac{765}{64} = \underline{\underline{11 \frac{61}{64}}}$$

පොදු අනුපාතය සංඛ්‍යාත්මකව අගය(ලකුණ නොසලකා) 1 ට වඩා අඩුනම් මෙම ආකාරයට සූත්‍රය භාවිතා කළ හැකිය .

අභ්‍යාසය :-

- (1) 3 , 6 ,12 ,..... ශ්‍රේඛීයේ පද 6 ක චේතනය සොයන්න.
- (2) 2 , 6, 18 ,..... ශ්‍රේඛීයේ පද 5 ක චේතනය සොයන්න.
- (3) -2 , 6, -18 ,..... ශ්‍රේඛීයේ පද 6 ක චේතනය සොයන්න.
- (4) පළමු පදය 3 ද පොදු අනුපාතය $\frac{1}{2}$ වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයේ පද 6 ක චේතනය සොයන්න.
- (5) පළමු පදය 1 ද පොදු අනුපාතය 4 ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයේ පද 5 ක චේතනය සොයන්න.
- (6) $\frac{1}{2}$, 2 , 8 , මුල් පද 8 චේතනය සොයන්න.
- (7) 64 ,32 , 16 , මුල් පද 10 චේතනය සොයන්න.
- (8) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{8}$, ශ්‍රේඛීයේ පද 5 ක චේතනය සොයන්න.
- (9) $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$,..... ශ්‍රේඛීයේ පද 7 ක චේතනය සොයන්න.
- (10) පළමු පදය 2a ද පොදු අනුපාතය r ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේඛීයේ පද 8ක චේතනය a හා r ඇසුරින් ලබා ගන්න

එච්.ඒ.ඩබ්.ඩී.ජයසේන
ඊ/නිව්/කිරණෝද්‍යගම විද්‍යාල