ප්‍රස්තාර

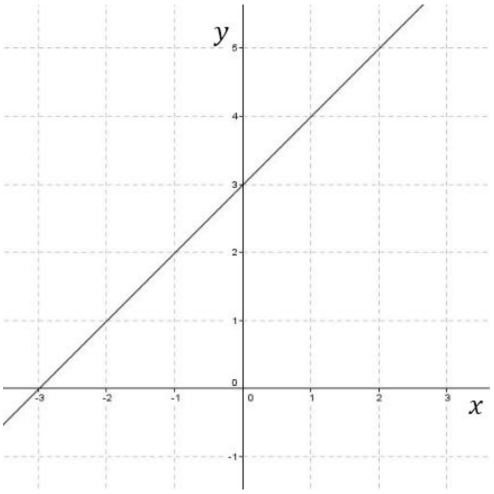
ප්‍රස්තාර පිළිබඳව පෙර මතකය අලුත් කර ගමු

සරල රේඛීය ප්‍රස්තාර

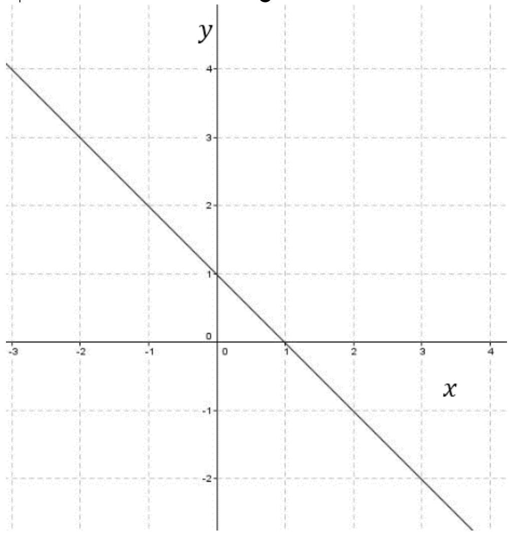
අප 9 ශ්‍රේණියේදී $y = mx$ හා $y = mx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳින ආකාරය පිළිබඳව ඉගෙන ගෙන ඇත.

එවැනි ප්‍රස්තාරයක

- m මගින් ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමනය නිරූපණය කරයි
  - m හි අගය ධන අගයක් විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය



  - m හි අගය සෘණ අගයක් විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය



- c මගින් ප්‍රස්තාරයේ අන්ත:ඛණ්ඩය නිරූපණය කරයි.(අන්ත:ඛණ්ඩය යනු අප අඳින ප්‍රස්තාරයේ y අක්ෂය කපන ස්ථානය වේ.)

ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

- සමගාමී සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් ලබා ගන්නා ආකාරය උදාහරණයක් ඇසුරෙන් වටහා ගමු.

- උදා -
  - $y - x \ = 3$
    $y - 2x = 1$ යන සමීකරණ වල විසඳුම් ප්‍රස්තාර ඇඳීමෙන් ලබා ගනිමු.

පියවර **1**

පළමුව දී ඇති සමීකරණ $y = mx + c$ ආකාරයට හරවා ගමු.

$$y = x + 3$$

$$y = 2x + 1$$

පියවර **2**

එක් එක් ශ්‍රිතය සඳහා වෙන වෙනම අගය වගු ගොඩනගා ගමු.

$$y = x + 3$$

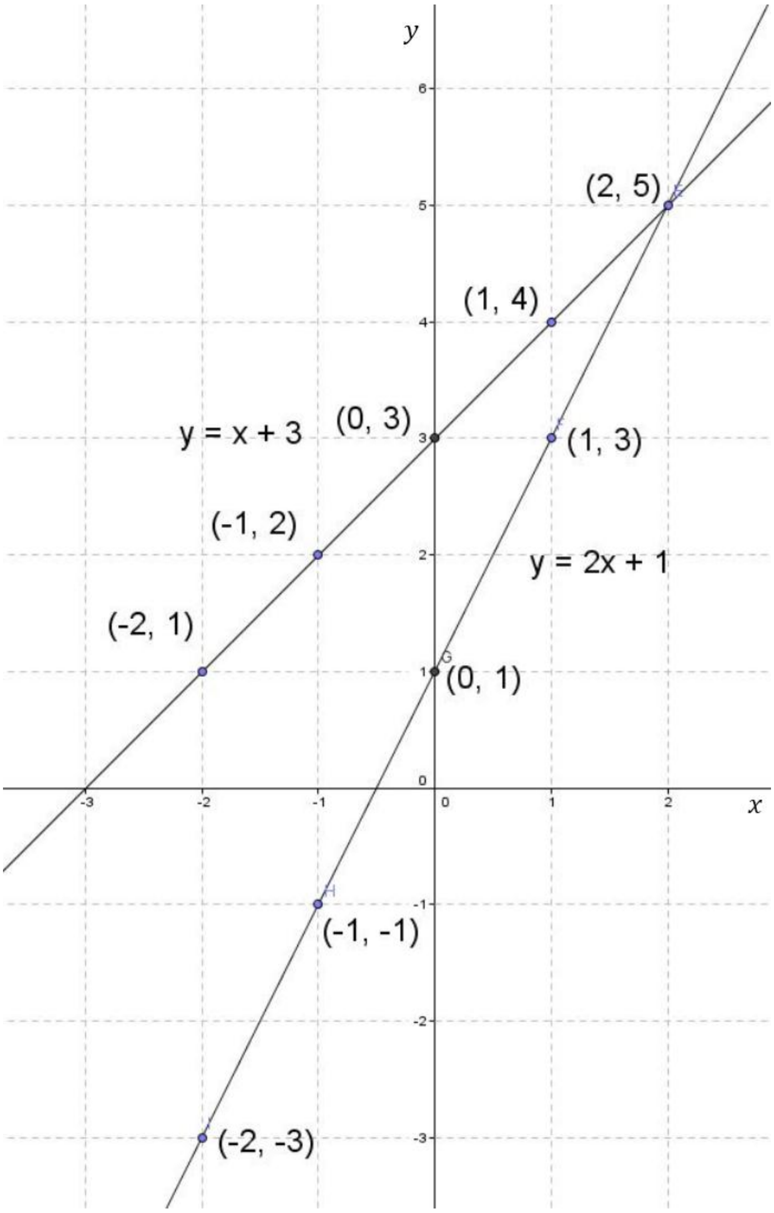
x	-2	-1	0	1	2
y	1	2	3	4	5

$$y = 2x + 1$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-1	1	3	5

පියවර 3

මෙම ශ්‍රිතයන් දෙකටම අදාල ප්‍රස්තාර එකම ඛණ්ඩාංක තලයක් මත අදිමු



- මෙම ප්‍රස්තාර දෙකම එකම ඛණ්ඩාංක තලයක් මත ඇඳි විට මෙම සරල රේඛා දෙකම එක් ලක්ෂයකදී එකිනෙක ඡේදනය වී ඇත.

- එනම් (2,5) ලක්ෂයේදී ඡේදනය වී ඇත.

- මෙම ඛණ්ඩාංකයේ x අක්ෂයට අදාල අගය 2 ද, y අක්ෂයට අදාල අගය 5 ද නිසා මෙම සමගාමී සමීකරණ වල විසඳුම්,

$$\boldsymbol{x = 2}$$

$\boldsymbol{y} = \mathbf{5}$ **ද වේ**.

ඔබත් මෙම සමගාමී සමීකරණ වලට විසඳුම් ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

1. $y + x = 5$

   $y - x = 1$

2. $y + 3x = -4$

   $2y + x = 7$

3. $y - x = 1$

   $y - 2x = 4$

$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයක් අඳින ආකාරය හා එහි ලක්ෂණ උදාහරණයක් ඇසුරෙන් අවබෝධ කර ගමු.

උදා -

$y = 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න

මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පළමුව අපි අගය වගුවක් ගොඩනගා ගමු.එහිදී x සඳහා -3 සිට +3 දක්වා අගයන් යොදාගෙන පහත ආකාරයට අගය වගුව සම්පූර්ණ කර ගමු.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18

x සඳහා ඇති අගයන් ආදේශ කරමින් ඊට අනුරූප y අගයන් සොයාගමු

x = -3 විට

$y = 2(-3)^2$

$y = 2(9)$

$y = 18$

x = -2 විට

$y = 2(-2)^2$

$y = 2(4)$

$y = 8$

x = -1 විට

$y = 2(-1)^2$

$y = 2(1)$

$y = 2$

x = 0 විට

$y = 2(0)^2$

$y = 2(0)$

$y = 0$

x =1 විට

$y = 2(1)^2$

$y = 2(1)$

$y = 2$

x = 2 විට

$y = 2(2)^2$

$y = 2(4)$

$y = 8$

x = 3 විට

$y = 2(3)^2$

$y = 2(9)$

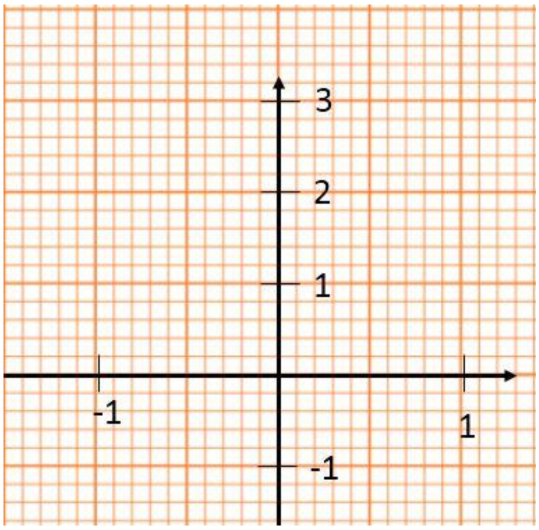
$y = 18$

අප සොයාගත් x අගයන්ට අනුරූප y අගයන් අනුව ලැබෙන ඛණ්ඩාංක වලට අදාල ලක්ෂ වන (-3,18) , (-2,8) , (-1,2) , (1,2) , (0,0) , (1,2) , (2,8) , (3,18) යන ලක්ෂ , කාටිසීය තලයක් මත ලකුණු කරන්න.

- පළමුව නිවරදිව අක්ෂ පද්ධතිය අදින්න.

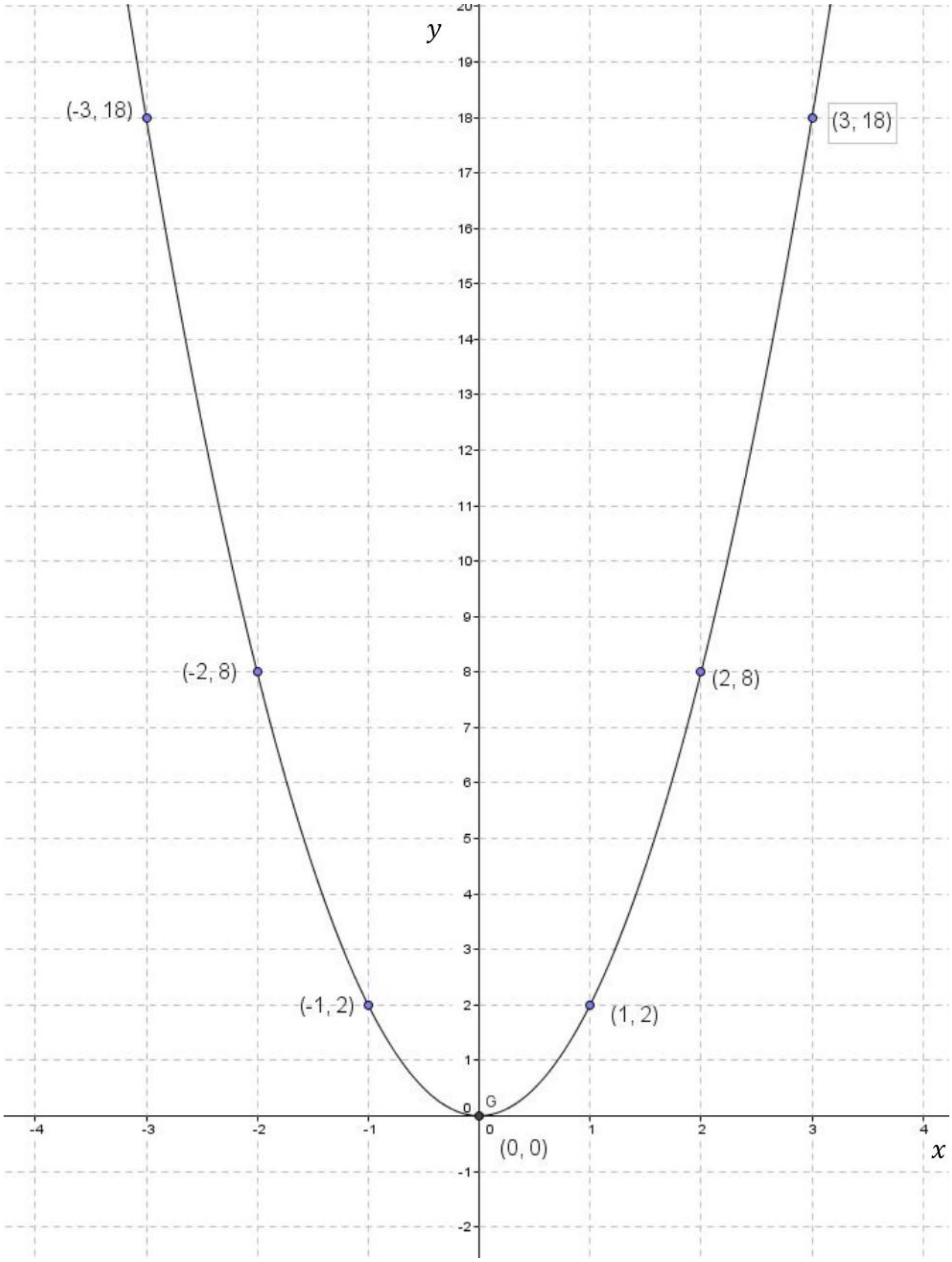
(මේ සඳහා x අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 නිරූපණය වන ලෙසද, y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 2 නිරූපණය වන ලෙසද අක්ෂ පද්ධතිය අදින්න.)

ඉහත ආකාරයට ප්‍රස්තාර කොලය මත අක්ෂ ලකුණු කරන අයුරු



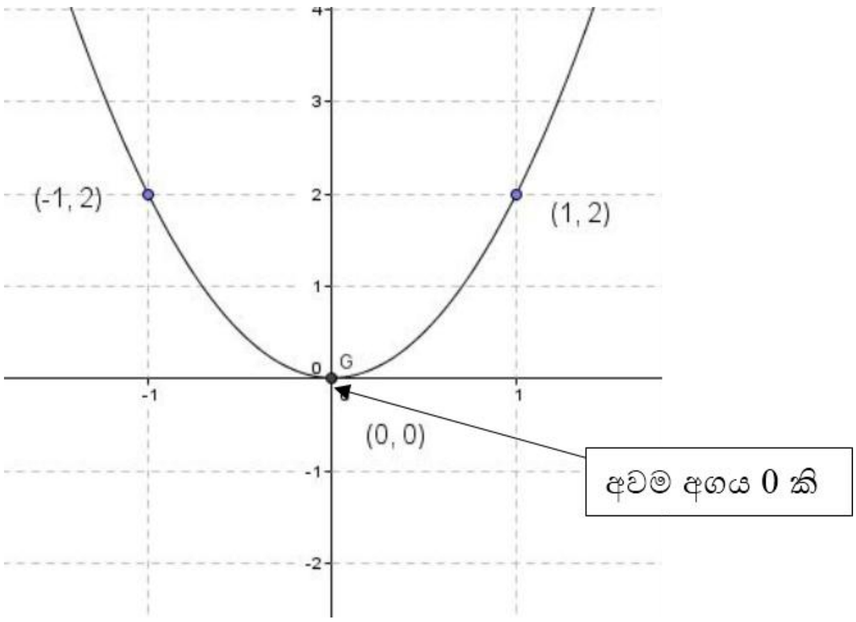
- එම ලක්ෂ පහත දැක්වෙන ආකාරයට සුමට වක්‍රයක් ලැබෙන ලෙස යා කරන්න.
- තනි රේඛාවක් ලෙස ප්‍රස්තාරය අදින්න.
- සරල දාරය භාවිතා නොකර නිදහස් අතින් ඇඳීමට උත්සහ කරන්න.
- $y = ax^2$ ප්‍රස්තාරය ඇඳි විට y අක්ෂය වටා සමමිතික විය යුතුය.
- මෙසේ ලැබෙන ප්‍රස්තාරය පරාවලයක් ලෙසින් හැඳින්වේ.

- පහත ආකාරයට ප්‍රස්තාර කොලය මත ලක්ෂ ලකුණු කර ප්‍රස්තාරය අඳින්න

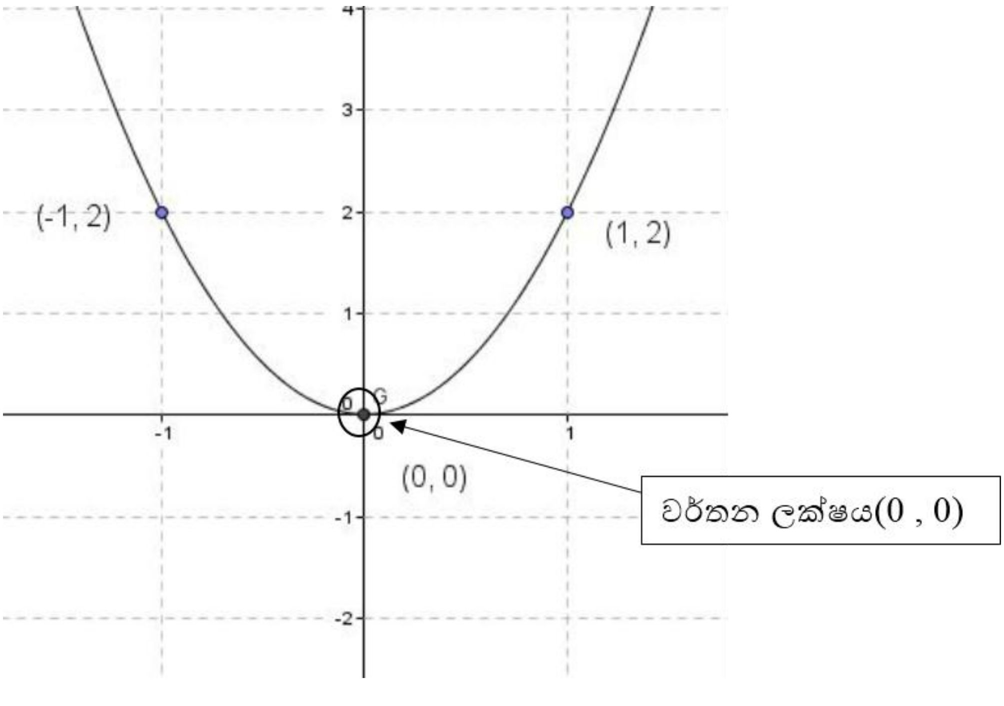


මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පහත පරිදි වේ.

- මෙය අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.
- අවම අගය(ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට භාවිතා කල අඩුම y අගය) = අවම අගය 0 කි.

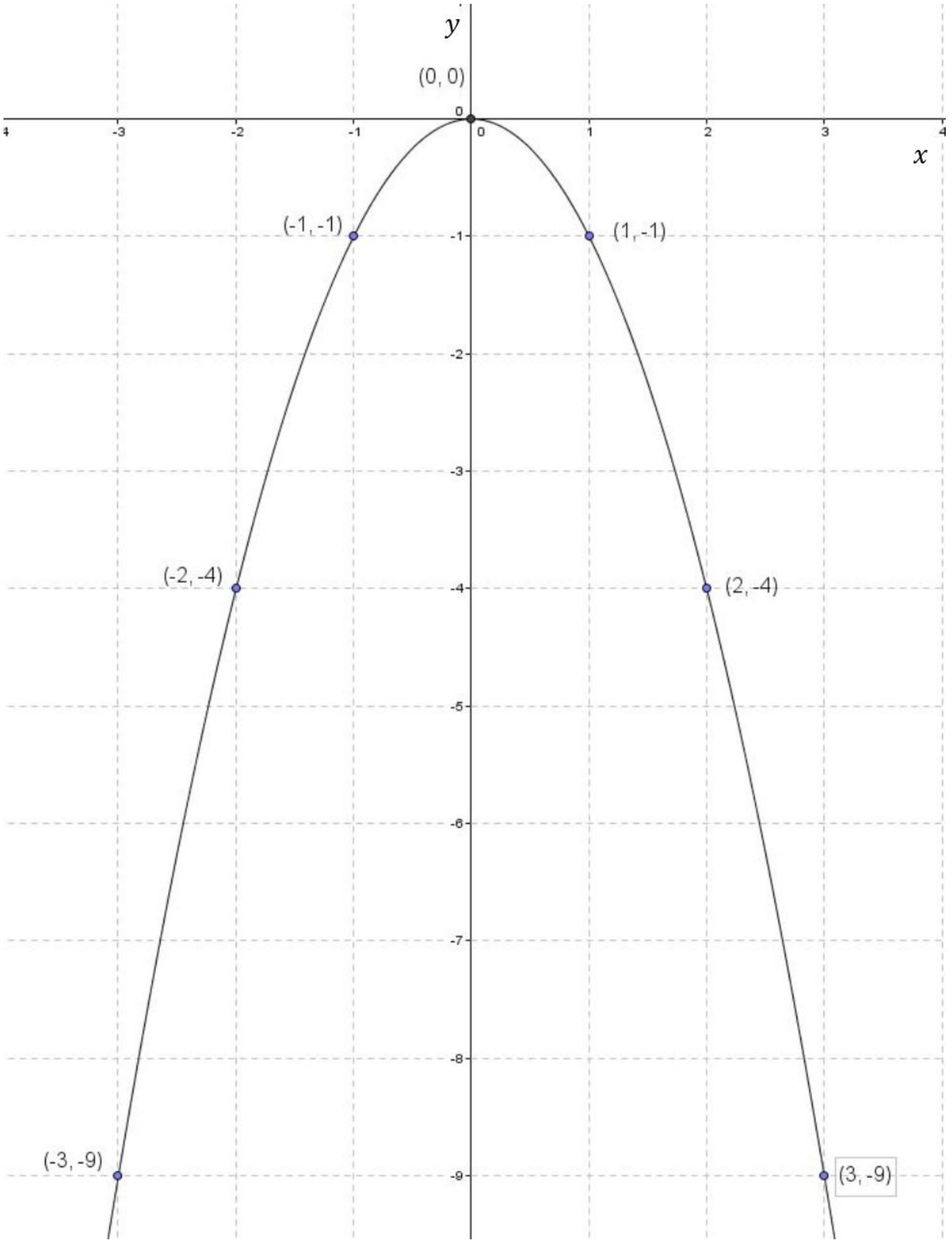


- වර්තන ලක්ෂය/හැරුම් ලක්ෂයේ බණ්ඩාංකය = $(0, 0)$



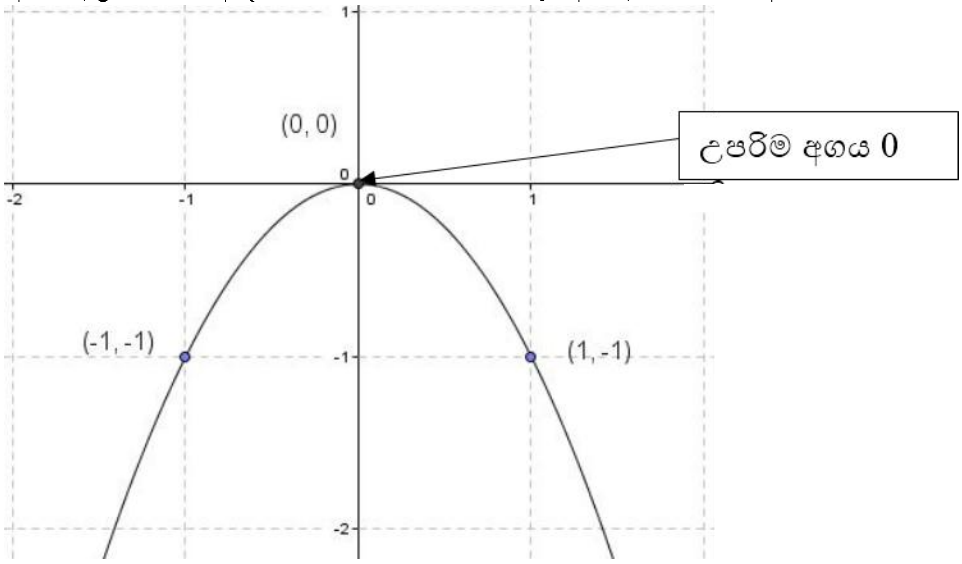
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය(මෙම ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ)
- එමනිසා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

➢ $y = -x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳිවිට පහත ආකාරයේ ප්‍රස්තාරයක් ලැබේ.

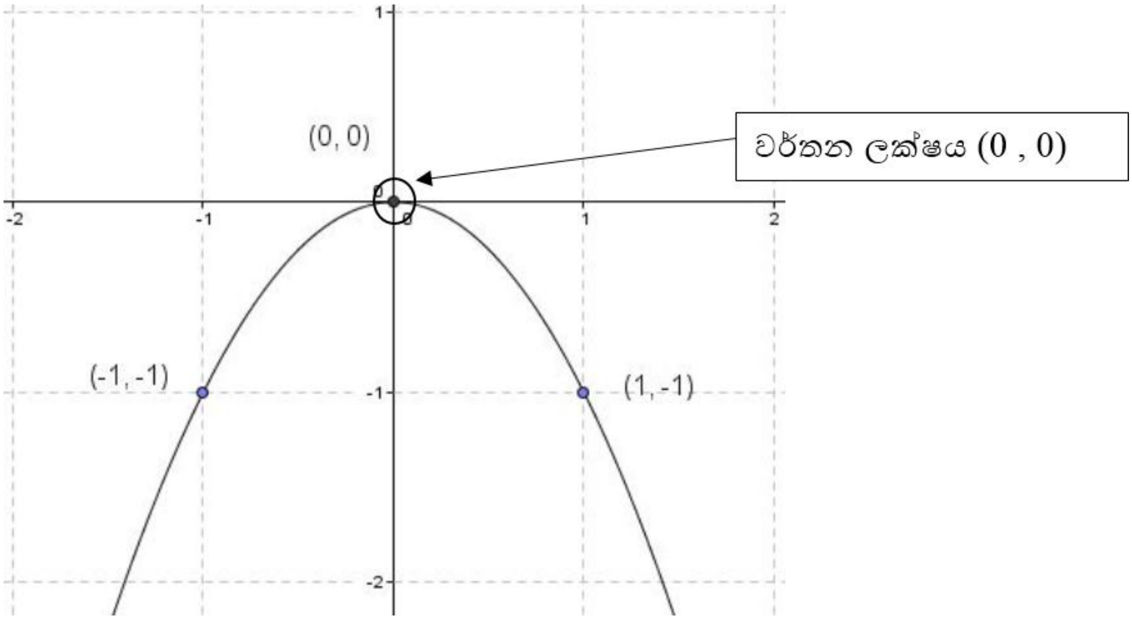


මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පහත පරිදි වේ.

- මෙය උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි
- උපරිම අගය (ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට භාවිතා කල උපරිම y අගය) = උපරිම අගය 0 කි.



- වර්තන ලක්ෂය/හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය = $(0 , 0)$



- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය(මෙම ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ)
  එම නිසා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර වලට පොදු වූ ලක්ෂණ

- **උපරිම හෝ අවම අගය 0 කි.**
- **වර්තන ලක්ෂය (0,0) ලක්ෂය වේ.**
- y අක්ෂය වටා සමමිතිකයි.
- **x^2 පදයේ සංගුණකය (+) විට අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක් ලැබේ.**
- **x^2 පදයේ සංගුණකය (-) විට උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක් ලැබේ.**

ගැටළු

1. $y = -x^2$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

i) වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9		1	0			9

මේ සඳහා x හා y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ii) ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය ලියන්න.

iii) වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.

iv) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

2. $y = \frac{1}{2}x^2$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

i) වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	18	2				2	18

ii) ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.

iii) වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.

iv) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇඳිවිට ද පරාවලයක්ම ලැබේ.

උදා- $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය අඳිමු

මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පළමුව අපි අගය වගුවක් ගොඩනගා ගමු.එහි දී x සඳහා -3 සිට +3 දක්වා සංඛ්‍යා යොදාගෙන පහත ආකාරයට අගය වගුව සම්පූර්ණ කර ගමු.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

x= -3 විට

$y = (-3)^2 - 3$
$y = 9 - 3$
$y = 6$

x= -2 විට

$y = (-2)^2 - 3$
$y = 4 - 3$
$y = 1$

x= -1 විට

$y = (-1)^2 - 3$
$y = 1 - 3$
$y = -2$

x= 0 විට

$y = (0)^2 - 3$
$y = 0 - 3$
$y = -3$

x= 1 විට

$y = (1)^2 - 3$
$y = 1 - 3$
$y = -2$

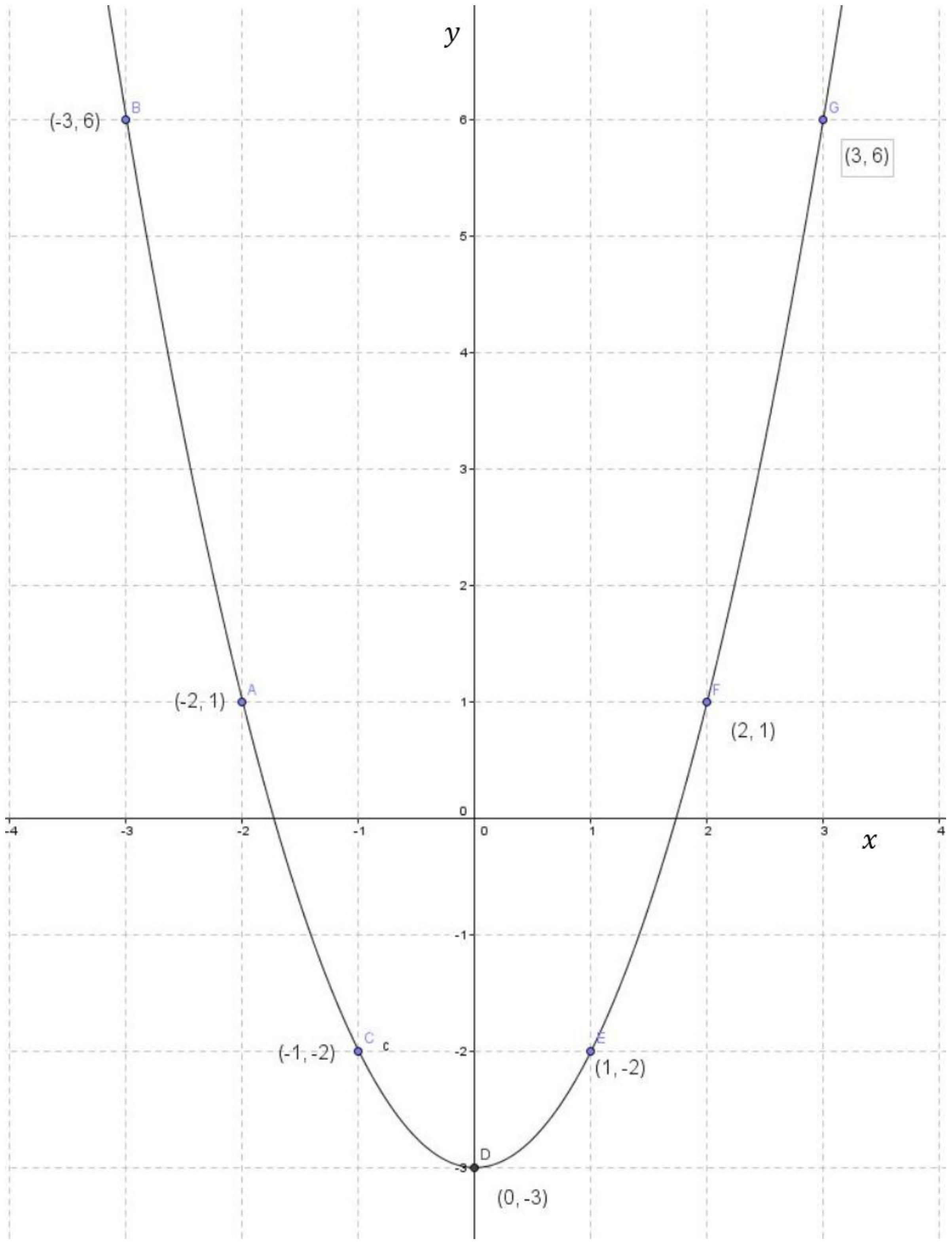
x= 2 විට

$y = (2)^2 - 3$
$y = 4 - 3$
$y = 1$

x= 3 විට

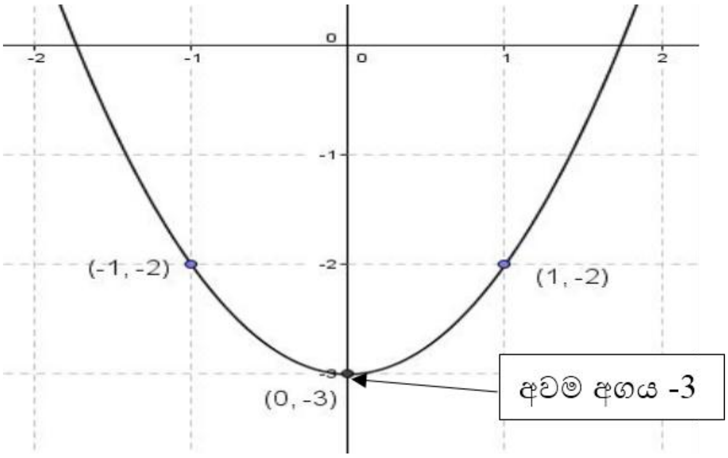
$y = (3)^2 - 3$
$y = 9 - 3$
$y = 6$

- අප සොයාගත් x අගයන්ට අනුරූප y අගයන් අනුව ලැබෙන ඛණ්ඩාංක වලට අදාල ලක්ෂ වන (-3,6) , (-2,1) , (-1,-2) , (0,-3) , (1,-2) , (2,1) , (3,6) යන ලක්ෂ , කාටිසීය තලයක් මත ලකුණු කරන්න.
- මේ සඳහා x අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 නිරූපණය වන ලෙසද, y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක1 නිරූපණය වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳිමු.
- එම ලක්ෂ පහත දැක්වෙන ආකාරයට සුමට වක්‍රයක් ලැබෙන ලෙස යා කරන්න.

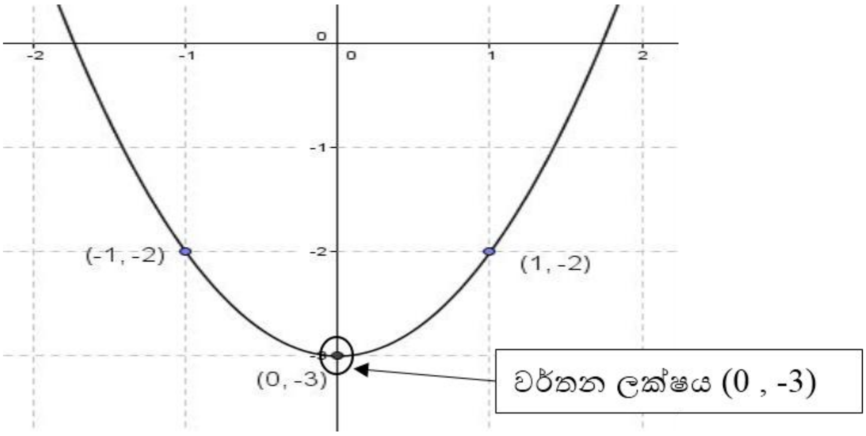


මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පහත පරිදි වේ.

- මෙය අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.
- අවම අගය(ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට භාවිතා කල අවම y අගය) = අවම අගය -3කි.



- වර්තන ලක්ෂය/හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය = (0 , 0)



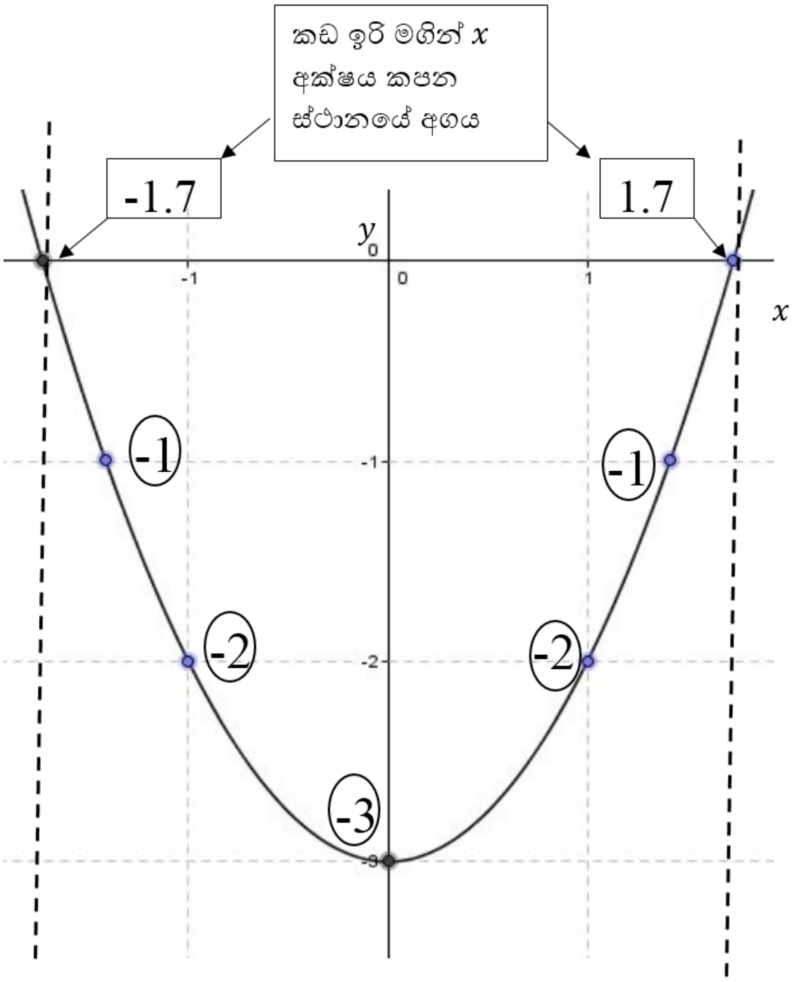
සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය (මෙම ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ)
එම නිසා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

- $x^2 - 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

සමීකරණයේ මූල ලෙස අප සෙවිය යුත්තේ $x^2 - 3 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණය විසඳූ විට x ට ලැබෙන අගයන් දෙක වේ.
අප ප්‍රස්තාරය නිර්මාණය කලේ $y = x^2 - 3$ වන ශ්‍රිතයේය. මූල සෙවීමට ඇත්තේ මෙම ශ්‍රිතයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ නීසා ,ප්‍රස්තාරයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ ශ්‍රිතයේ අගයන් මූල වේ. එනම් ප්‍රස්ථාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ දෙක වේ.
එමනිසා $x^2 - 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල වනුයේ,

x = -1.7 හා x = +1.7 වේ

$y = x^2 - 3$ ප්‍රස්තාරයේ කොටසක් පහත දැක්වේ.එහි කඩ ඉරි අතර මැදිව පිහිටි ප්‍රස්ථාර කොටස දෙස බලන්න.



- ප්‍රස්තාරයේ එක් එක් **ලක්ෂයේ y ඛණ්ඩාංකය පමණක්** ,ලක්ෂය ඉදිරියෙන් ඇති රවුම තුල සටහන් කර ඇත.

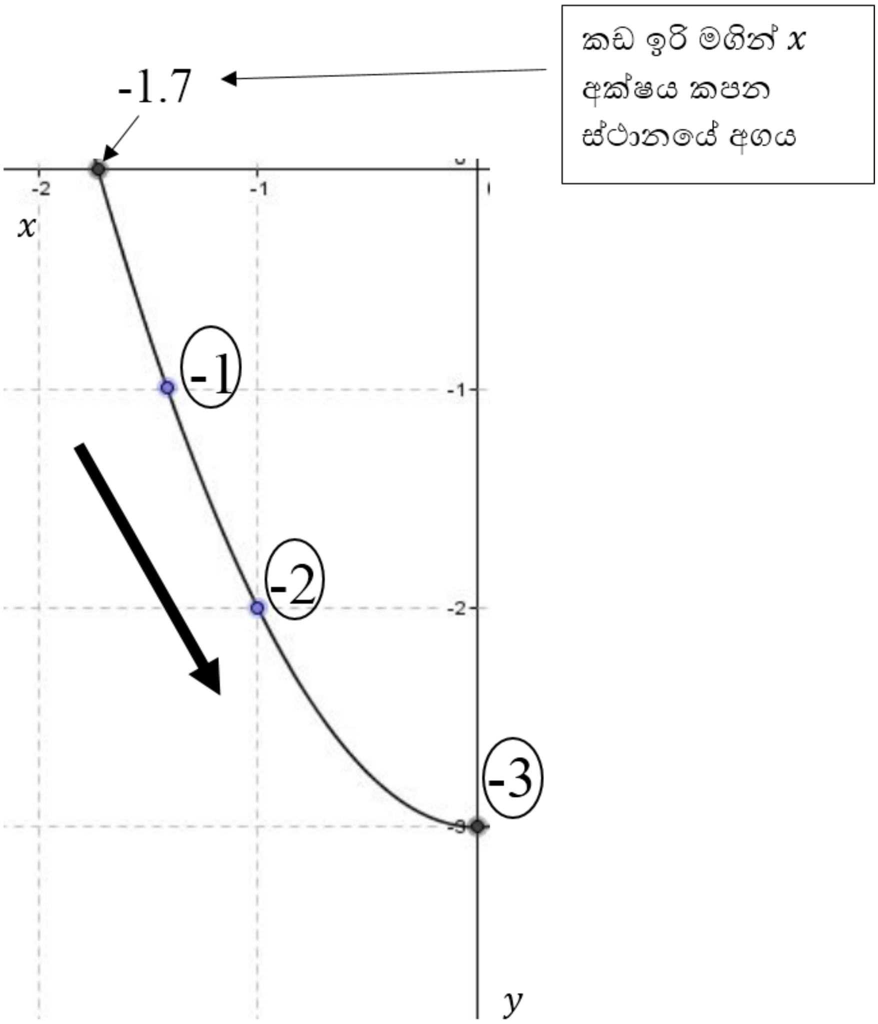
- ලකුණු කර ඇති එක් එක් ලක්ෂ වලදී මෙන්ම කඩ ඉරි අතර මැදිව පිහිටා ඇති ප්‍රස්ථාර කොටස මත පිහිටි සෑම ලක්ෂයකදීම එම ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයේ y අගය සෘණ අගයක් බව පැහැදිලිය. එනම් මෙම අවස්ථාවේදී ප්‍රස්තාරය සෘණ වේ.

- කඩ ඉරි දෙකට මැදි වූ සීමාව තුලදී පමණක් මෙලෙස ප්‍රස්තාරය සෘන වී ඇත.

- x අක්ෂයේ -1.7 ත්,+1.7 යන ලක්ෂ හරහා කඩ ඉරි ඇද ඇත. x අක්ෂයේ මෙම ලක්ෂ දෙක අතර ශ්‍රිතය සෘණ වන කොටස පිහිටා ඇත. නමුත් x අක්ෂය මත ශ්‍රිතයේ අගය 0 නිසා x අක්ෂය මත ප්‍රස්තාරය පිහිටන ලක්ෂයේදී ශ්‍රිතය සෘණ නොවේ.

- එනම් $-1.7 < x < 1.7$ වන අගය ප්‍රන්තරය තුලදී පමණක් මෙලෙස ශ්‍රිතය සෘණ වී ඇත.

ප්‍රස්තාරයේ මෙම කොටස දෙස බලන්න



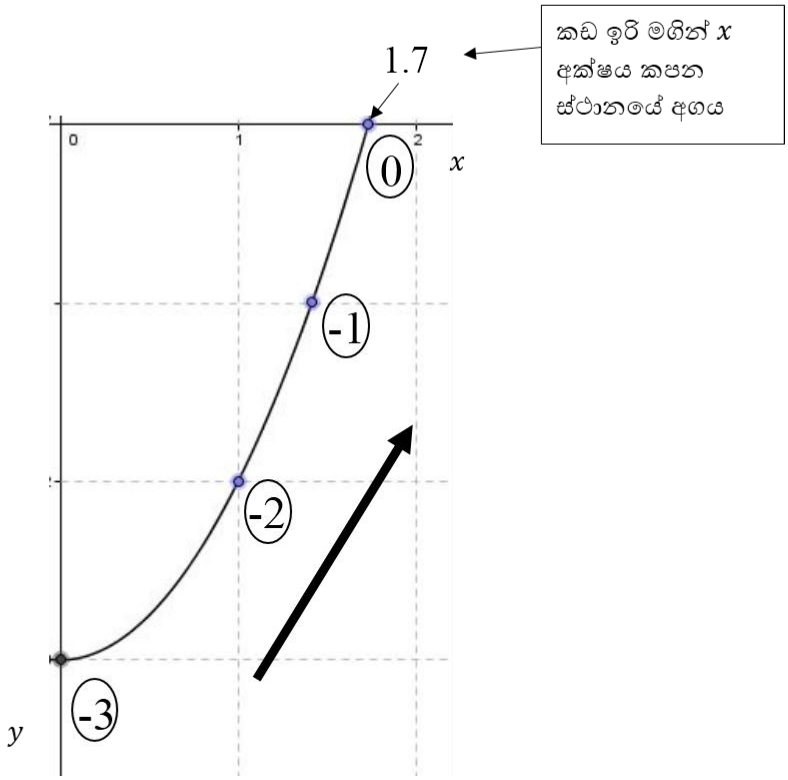
- රවුම තුල දක්වා ඇත්තේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයේ y ට අදාල අගය පමණයි. ප්‍රස්තාරය ඊතලයේ ආකාරයට වමේ සිට දකුණට ගමන් කරයි නම් ක්‍රමයෙන් එක් එක් ලක්ෂයේ y ඛණ්ඩාංකය අඩු වන බව දිස්වේ.

- එනම් මෙහිදී ශ්‍රිතය සෘනව අඩු වේ.

- මෙය x අක්ෂයේ -1.7 ත් 0 අතර සීමාවේදී සිදුවේ.

- එමනිසා $-1.7 < x < 0$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී සෘණව අඩු වේ.

දැන් ප්‍රස්තාරයේ මෙම කොටස සැලක්ව හොත්,



- පෙර පරිදිම රවුම තුල දක්වා ඇත්තේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයේ y ට අදාල අගය පමණයි.ප්‍රස්තාරය ඊතලයේ ආකාරයට පහළ සිට ඉහලට ගමන් කරයි නම් ක්‍රමයෙන් එක් එක් ලක්ෂයේ y ඛණ්ඩාංකය වැඩි වන බව දිස්වේ.

- එනම් මෙහිදී ශ්‍රිතය සෘනව වැඩි වේ.

- මෙය x අක්ෂයේ 0 ත් 1.7 අතර සීමාවේදී සිදුවේ.

- එමනිසා $0 < x < 1.7$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වේ.

අප $\boldsymbol{y = -x^2 + 4}$ **ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය අදිමු**

මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇදීම සඳහා පළමුව අපි අගය වගුවක් ගොඩනගා ගමු. එහිදී x සඳහා -3 සිට +3 දක්වා සංඛ්‍යා යොදාගෙන පහත ආකාරයට අගය වගුව සම්පූර්ණ කර ගමු.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5

x= -3 විට

$y = -(-3)^2 + 4$
$y = -9 + 4$
$y = -5$

x= -2 විට

$y = -(-2)^2 + 4$
$y = -4 + 4$
$y = 0$

x= -1 විට

$y = -(-1)^2 + 4$
$y = -1 + 4$
$y = 3$

x= 0 විට

$y = -(0)^2 + 4$
$y = 0 + 4$
$y = 4$

x= 1 විට

$y = -(1)^2 + 4$
$y = -1 + 4$
$y = 3$

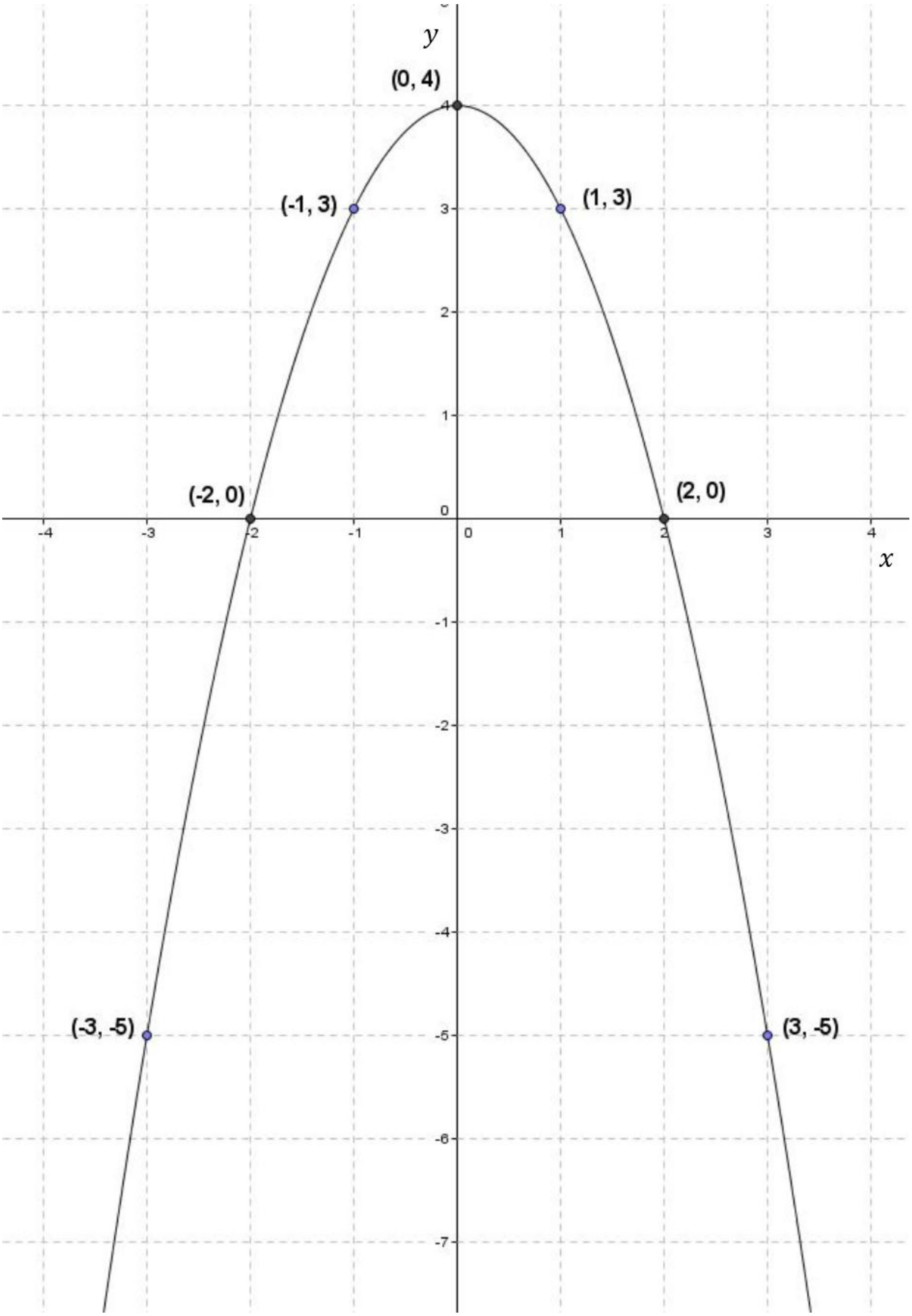
x= 2 විට

$y = -(2)^2 + 4$
$y = -4 + 4$
$y = 0$

x= 3 විට

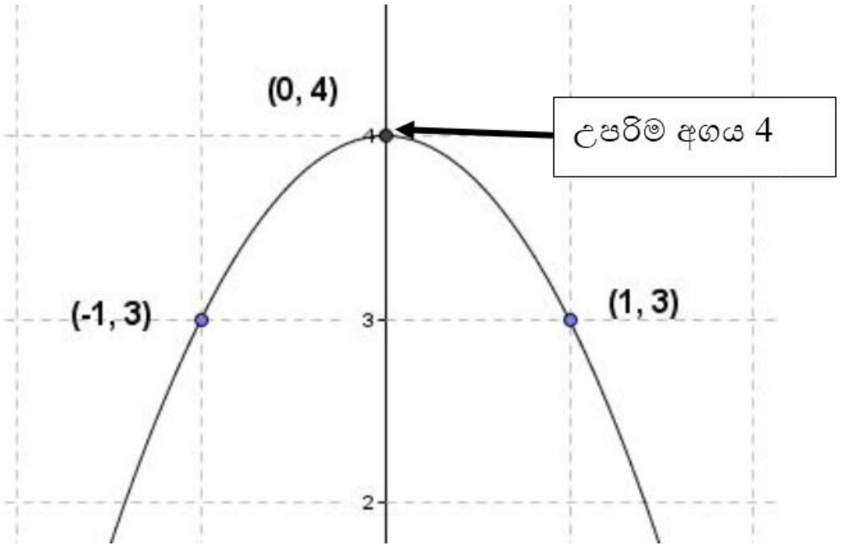
$y = -(3)^2 + 4$
$y = -9 + 4$
$y = -5$

$y = -x^2 + 4$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය ඇඳි විට

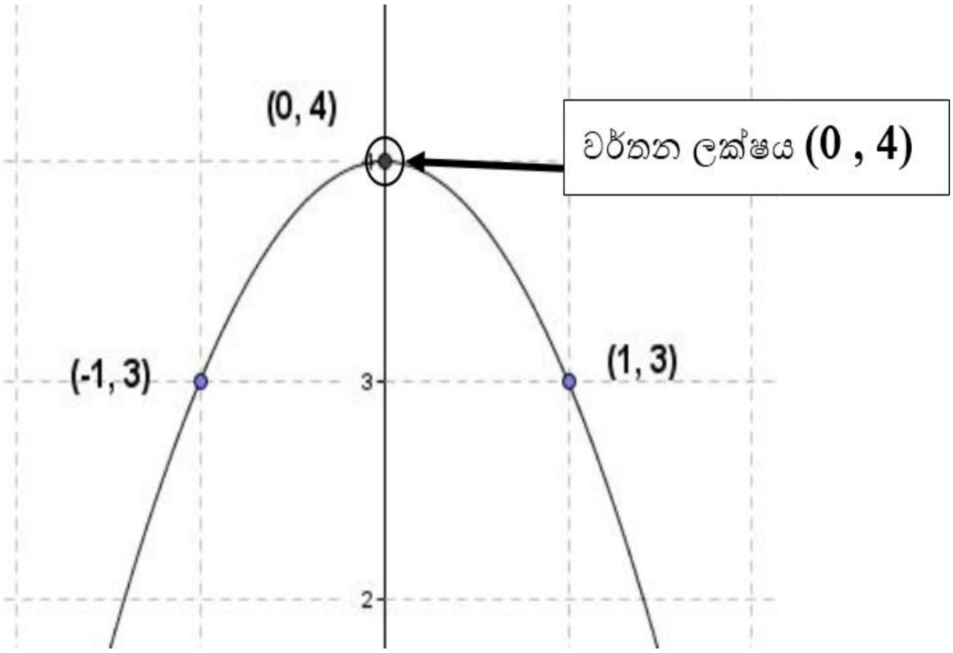


මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පහත පරිදි වේ

- මෙය උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.
- උපරිම අගය (ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට භාවිතා කල උපරිම y අගය) = උපරිම අගය 4 කි.



- වර්තන ලක්ෂය/හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය = (0 , 4)



- **සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය(මෙම ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ)**

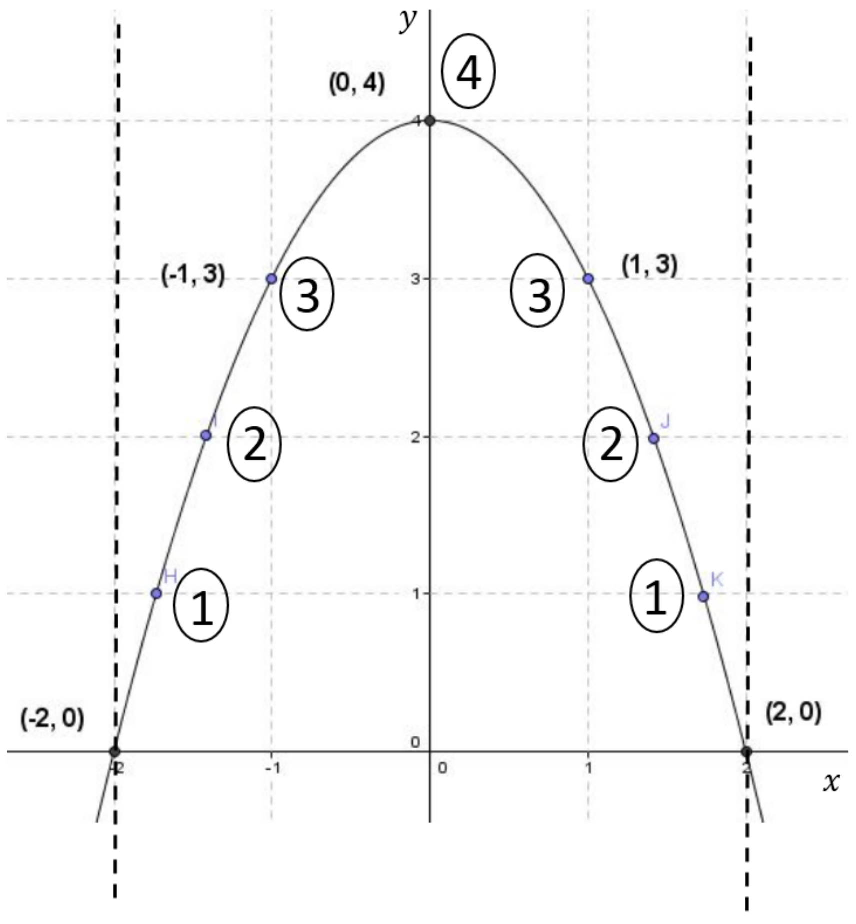
- එමනිසා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

- **$-x^2 + 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් සොයන ආකාරය විමසා බලමු.**

සමීකරණයේ මූල ලෙස අප සෙවිය යුත්තේ $-x^2 + 4 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණය විසඳූ විට x ට ලැබෙන අගයන් දෙක වේ. අප ප්‍රස්තාරය නිර්මාණය කලේ $y = -x^2 + 4$වන ශ්‍රිතයේය . මූල සෙවීමට ඇත්තේ මෙම ශ්‍රිතයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ නිසා, ප්‍රස්තාරයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ ශ්‍රිතයේ අගයන් මූල වේ. එනම් ප්‍රස්ථාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ දෙක වේ.

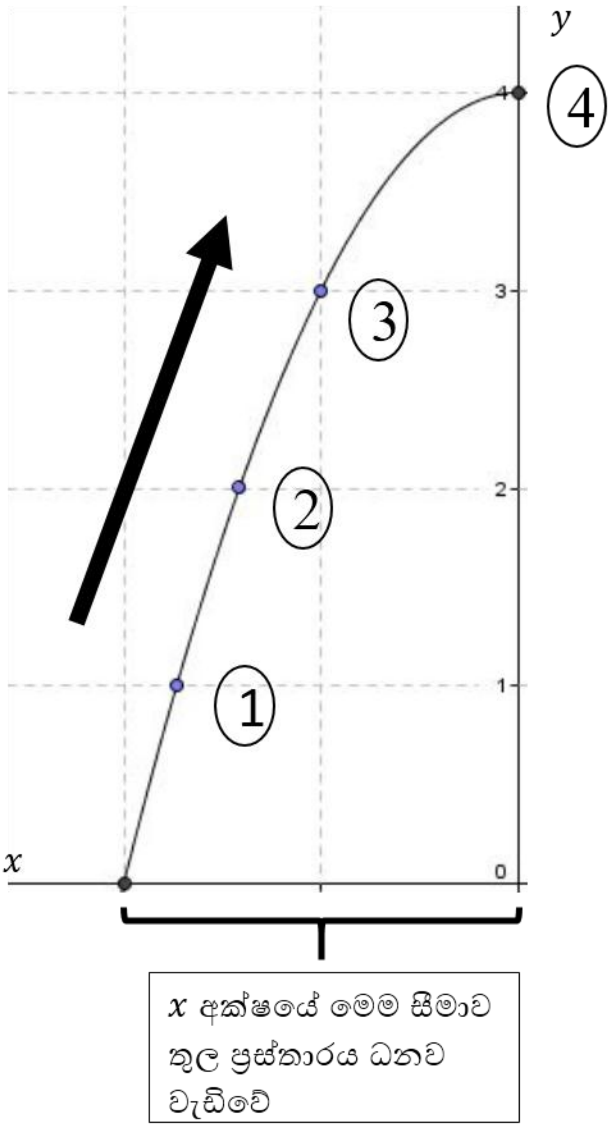
එම නිසා $-x^2 + 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල වනුයේ,
x = -2 හා x = +2 වේ.

- **මෙම ශ්‍රිතයේ කඩ ඉරි දෙනට මැදිව පිහිටි ප්‍රස්තාර කොටස දෙස බලන්න.**



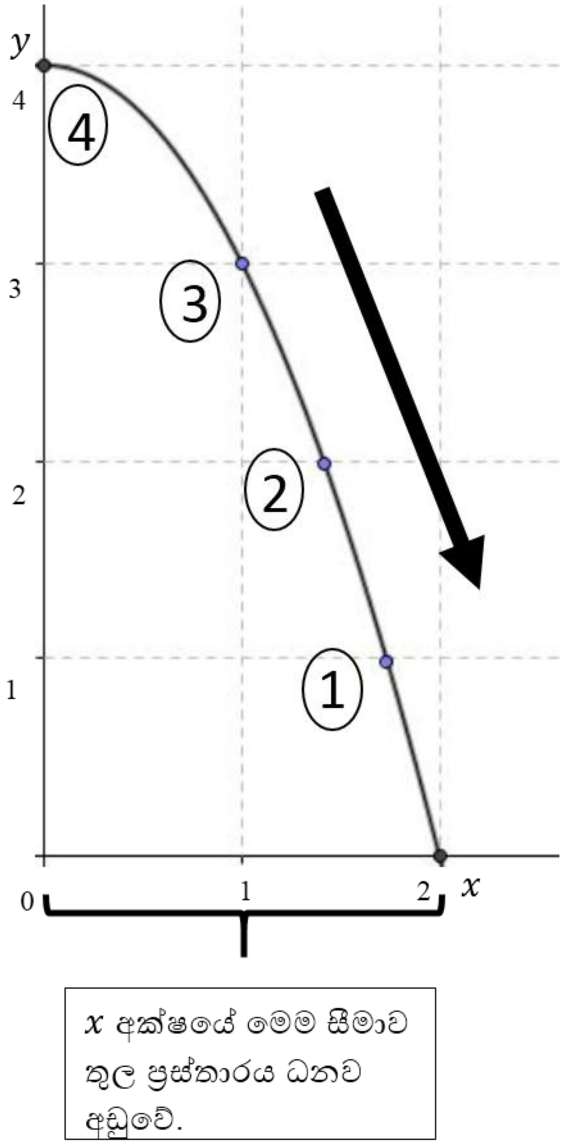
- **රවුම තුල දක්වා ඇත්තේ ආසන්නයේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂයේ** බණ්ඩාංකයෙන් y ට අදාල අගය පමණක් වේ.
- **ඒ අනුව පැහැදිලි වනුයේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ වල මෙන්ම කඩඉරි අතරමැදිව පිහිටා ඇති ප්‍රස්තාර කොටසේ සෑම ලක්ෂයකදීම** y බණ්ඩාංකයට අදාල අගය ධන අගයක් ගනී.
- **ඒ අනුව මෙම කඩ ඉරි අතර දැක්වෙන කොටස තුල ප්‍රස්තාරය ධන වේ.**
- **ප්‍රස්තාරය ධන වී ඇත්තේ කඩ ඉරි වලින් මැදි වූ සීමාව එනම් x අක්ෂයේ -2 සිට +2 දක්වා වන සීමාව තුල පමණක්යැයි ප්‍රකාශ කල හැක** . නමුත් x අක්ෂය මත ශ්‍රිතයේ අගය 0 නිසා x අක්ෂය මත ප්‍රස්තාරය පිහිටන ලක්ෂයේදී ශ්‍රිතය ධන නොවේ.
- එබැවින් -2 $< x <$ 2 යන x අක්ෂයේ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය ධන වේ.

ප්‍රස්තාරයේ මෙම කොටස සලකන්න.



- ප්‍රස්තාරය වමේ සිට දකුණට ගමන් කිරීමේදී ක්‍රමක් ක්‍රමයෙන් රවුම තුල ලකුණු කර ඇති y ඛණ්ඩාංකයේ අගය වැඩි වන බව පැහැදිලිය.
- එනම් මෙහි දැක්වෙන ප්‍රස්තාරය කොටස තුල ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවේ.
- මෙය x අක්ෂයේ ලකුණු කර ඇති සීමාව තුල සිදුව ඇත.
- **එනම් $-2 < x < 0$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවේ.**

ප්‍රස්තාරයේ මෙම කොටස සලකන්න.



- ප්‍රස්තාරය වමේ සිට දකුණට ගමන් කිරීමේදී ක්‍රමක් ක්‍රමයෙන් රවුම තුල ලකුණු කර ඇති y ඛණ්ඩාංකයේ අගය අඩු වන බව පැහැදිලිය.
- එනම් මෙහි දැක්වෙන ප්‍රස්තාරය කොටස තුල ශ්‍රිතය ධනව අඩුවේ.
- මෙය x අක්ෂයේ නිල් පැහැයෙන් ලකුණු කර ඇති කොටස තුල සිදුව ඇත.
- එනම් $0 < x < 2$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය ධනව අඩුවේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර වලට පොදු වූ ලක්ෂණ

- **උපරිම හෝ අවම අගය $y = \pm b$ මගින් ලැබේ.**
- **වර්තන ලක්ෂය $(0, \pm b)$ ලක්ෂය වේ.**
- **y** අක්ෂය වටා සමමිතිකයි.
- **x^2 පදයේ සංගුණකය $(+)$ විට අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක් ලැබේ.**
- **x^2 පදයේ සංගුණකය (-) විට උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක් ලැබේ.**

ගැටළු

1. $y = -x^2$ +5 ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ

i) වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	1		5			-4

මේ සඳහා xහා y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ii) ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය ලියන්න.

iii) වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.

iv) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

v) $-x^2$ +5 = 0 සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් සොයන්න.

vi) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

vii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

viii) ශ්‍රිතය ධනව අඩුවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

2. $y = x^2$ -9 ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

i) වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y		-4					0

මේ සඳහා xහා y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ii) ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.

iii) වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.

iv) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

v) x^2 -9 = 0 සමීකරණයේමූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් සොයන්න.

vi) ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

vii) ශ්‍රිතය ඍණ ව වැඩිවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

viii) ශ්‍රිතය ඍණ ව අඩුවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

$y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

උදා-

$y = x^2 + 2x - 3$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය ඇදීම සඳහා සුදුසු අගය වගුව පහත ආකාරයට සම්පූර්ණ කල හැක.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

x= -4 විට

$y = (-4)^2 + 2(-4) - 3$

$y = 16 - 8 - 3$

$y = 5$

x= -3 විට

$y = (-3)^2 + 2(-3) - 3$

$y = 9 - 6 - 3$

$y = 0$

x= -2 විට

$y = (-2)^2 + 2(-2) - 3$

$y = 4 - 4 - 3$

$y = -3$

x= -1 විට

$y = (-1)^2 + 2(-1) - 3$

$y = 1 - 2 - 3$

$y = -4$

x= 0 විට

$y = (0)^2 + 2(0) - 3$

$y = 0 + 0 - 3$

$y = -3$

x= 1 විට

$y = (1)^2 + 2(1) - 3$

$y = 1 + 2 - 3$

$y = 0$

x= 2 විට

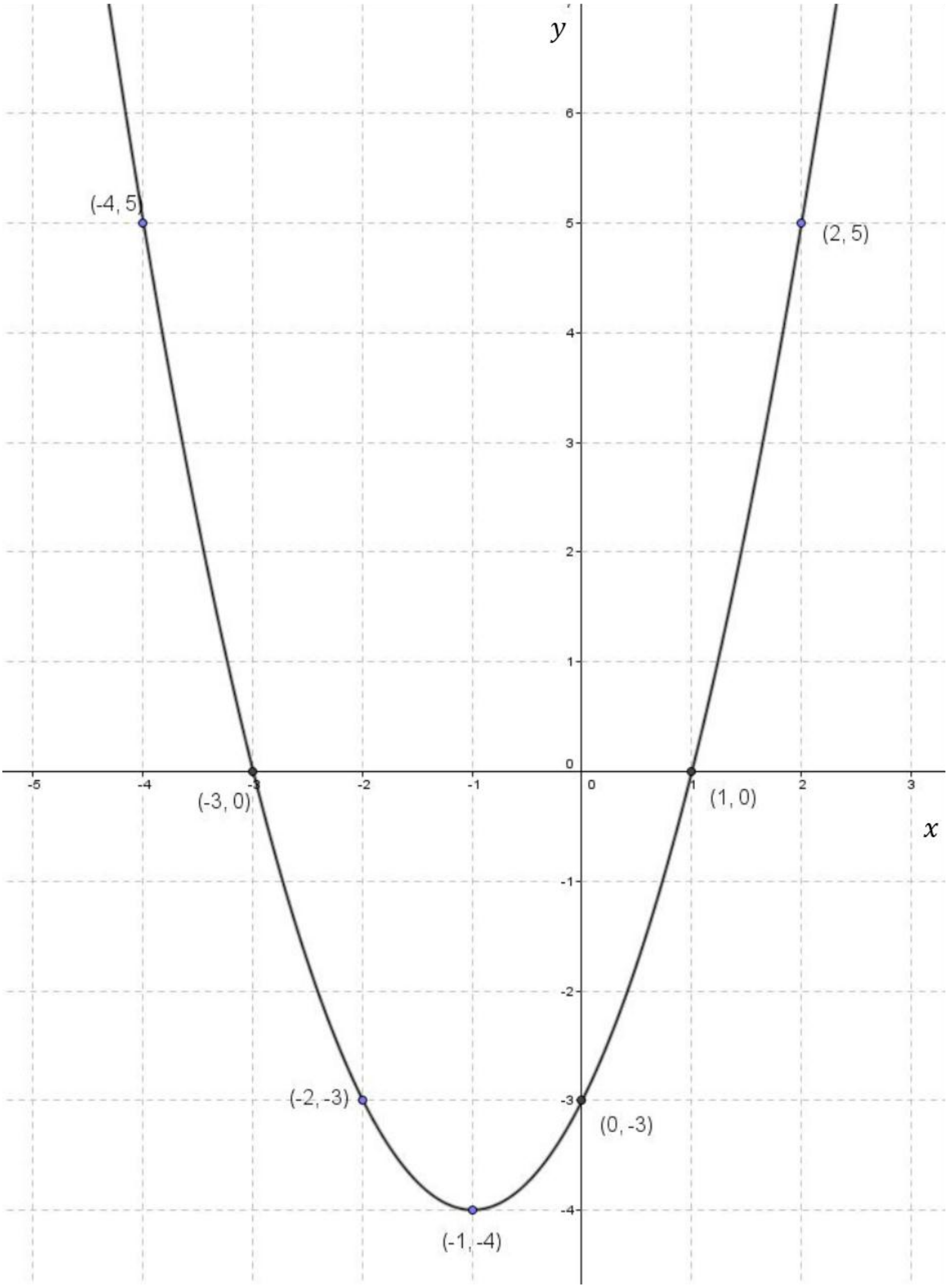
$y = (2)^2 + 2(2) - 3$

$y = 4 + 4 - 3$

$y = 5$

වගුවේ ලැබුණු y අගයන් වල -4 වටා සමමිතික බවක් දැකිය හැක.අපට ලබා දෙන බොහෝ ප්‍රස්තාර ගැටළු වල මෙම සමමිතික බව දැකිය හැක.

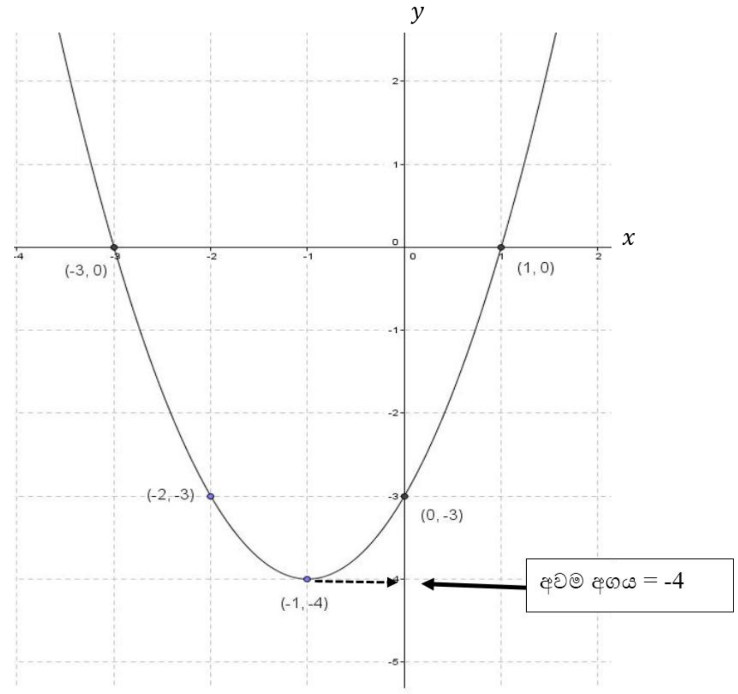
ඉහත ලැබුණු ලක්ෂ ලකුණු කරමින් එම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳි විට,



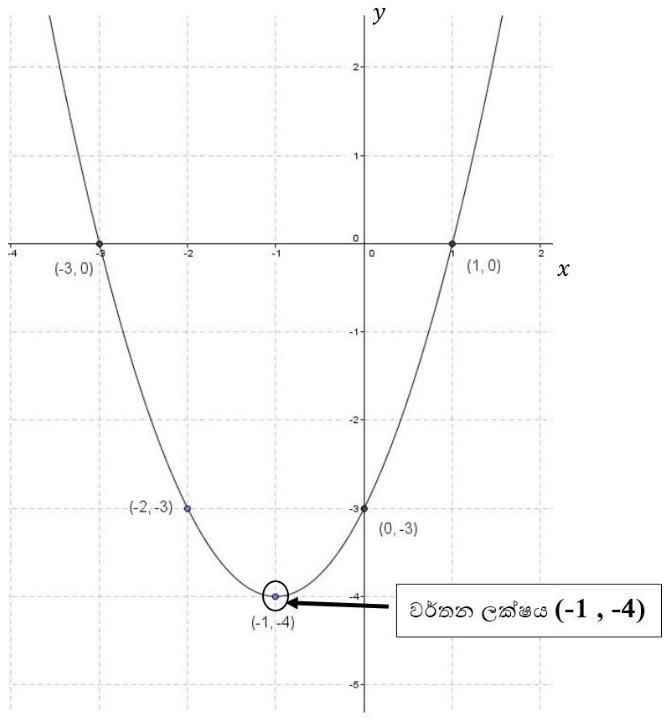
මෙවැනි ශ්‍රිතයක් ඇසුරෙන් ලැබිය හැකි ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන අයුරු දැන් අවබෝධ කර ගනිමු.

1. **උපරිම හෝ අවම අගය**

මෙය අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි .අවම අගය පහත පරිදි ලබා ගත හැක (පහලින්ම පිහිටි ඛණ්ඩාංකයේ y අගය)



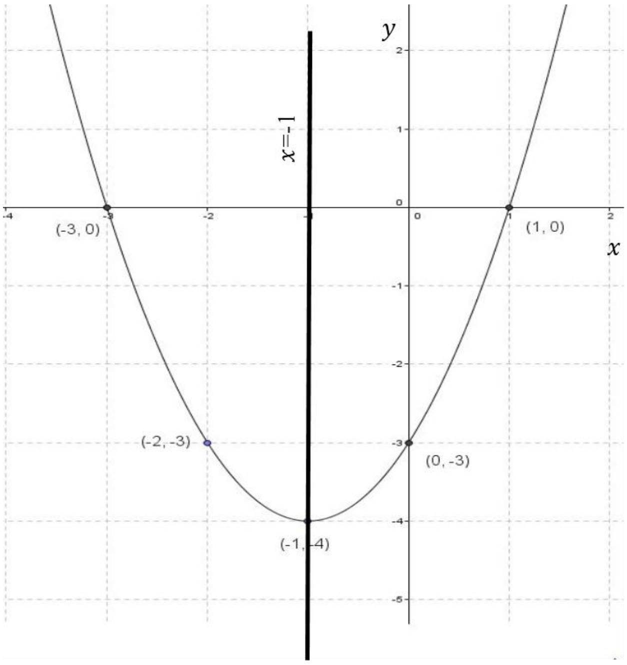
2. **වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයේ**



වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයේ = (-1,-4)

3. සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය

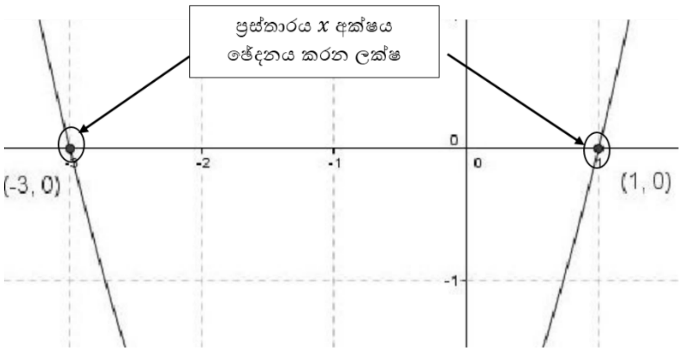
- ප්‍රස්තාරය හරි මැදින් සමමිතිකව බෙදන අක්ෂයේ සමීකරණය සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය වේ.
- පහත රූපයේ පරිදි x අක්ෂයේ -1 හරහා යන y අක්ෂයට සමාන්තර වූ රේඛාවෙන් ප්‍රස්තාරය සමමිතිකව බෙදයි.
- එම නිසා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -1$ වේ.



4. $x^2 + 2x - 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලබා ගන්න

මෙහිදී ද සමීකරණයේ මූල ලෙස අප ලබාගත යුත්තේ $x^2 + 2x - 3 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

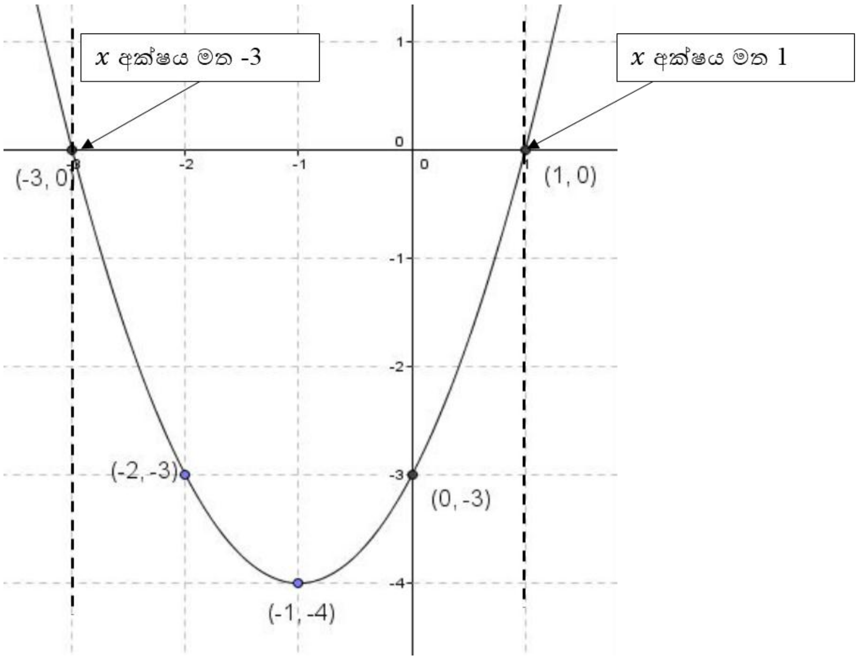
අප ප්‍රස්තාරය නිර්මාණය කලේ $y = \boldsymbol{x^2 + 2x - 3}$ යන ශ්‍රිතයේය .මූල සෙවීමට ඇත්තේ මෙම ශ්‍රිතයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ නිසා, ප්‍රස්තාරයේ $y = 0$ වන අවස්ථාවේ ශ්‍රිතයේ අගයන් මූල වේ. එනම් ප්‍රස්ථාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ දෙක වේ.



එම නිසා $\boldsymbol{x^2 + 2x - 3 = 0}$ සමීකරණයේ මූල වනුයේ **x = -3** හා **x = +1 වේ.**

5. ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

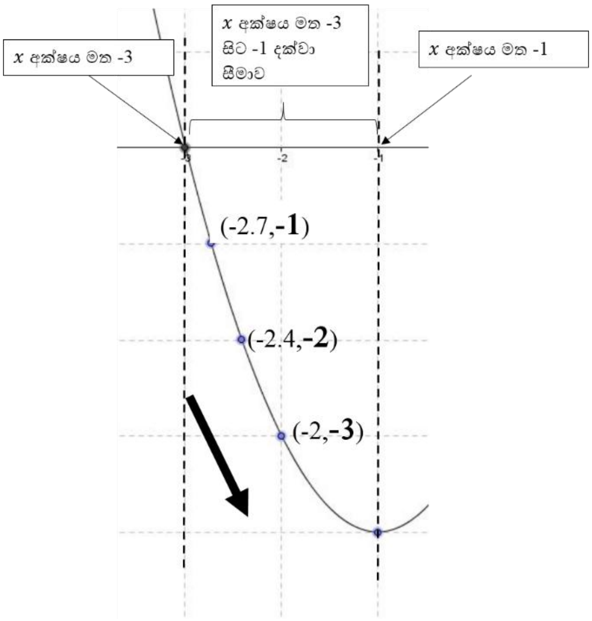
ප්‍රස්තාර මත පිහිටන ලක්ෂ වල y ඛණ්ඩාංකය (-) අගයක් වන්නේ නම් එම සෑම ලක්ෂයකදීම ශ්‍රිතය සෘණ වේ. සරලවම පැහැදිලි කලහොත් x අක්ෂයෙන් පහලින් පිහිටන කොටසේදී ශ්‍රිතය සෘණ අගයක් ගනී.



ප්‍රස්තාරයේ කඩ ඉරි අතරමැද දිස්වන කොටස මත දී ශ්‍රිතය සෘණ වේ.එනම් x අක්ෂයේ -3 ත් 1 ත් අතර සීමාවේදී මෙලෙස ශ්‍රිතය සෘණ වී ඇත.

එනම් $-3 < x < 1$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය සෘණ වී ඇත.

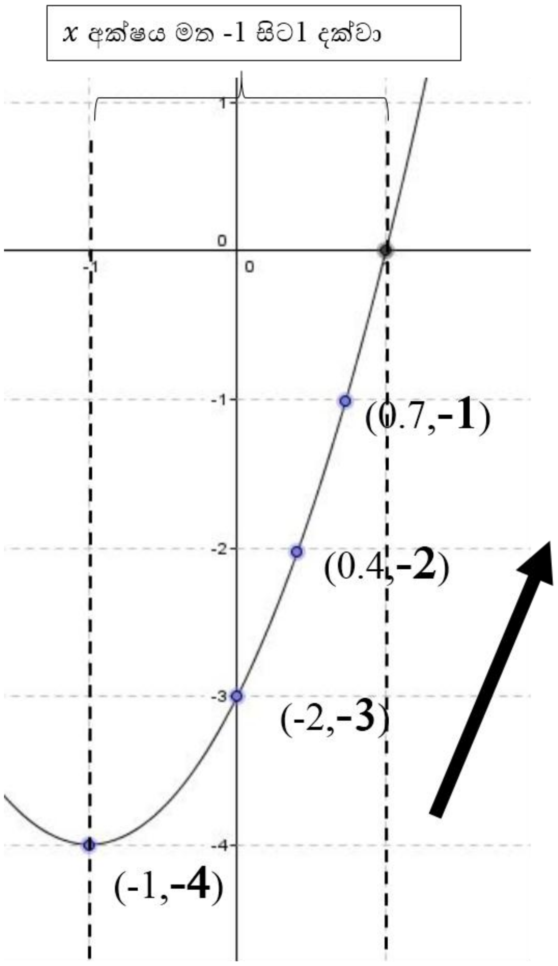
6. ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.



- ප්‍රස්තාරය වමේ සිට දකුණට ගමන්කිරීමේදී කඩ ඉරි අතරමැදි සීමාව තුල පිහිටි ලක්ෂවල ඛණ්ඩාංකයේ y අගය 0 සිට -1,-2,-3,-4 ලෙසින් ක්‍රමයෙන් අඩු වී යයි.
- එම නිසා මෙම කොටස තුල ශ්‍රිතය සෘණව අඩුවේ.
- x අක්ෂයේ -3 ත් -1 ත් අතර සීමාවේදී මෙලෙස ශ්‍රිතය සෘණව අඩුවේ.

  - **එනම් -3< $x < -1$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය සෘණ ව අඩුවී ඇත.**

7. ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවන වන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

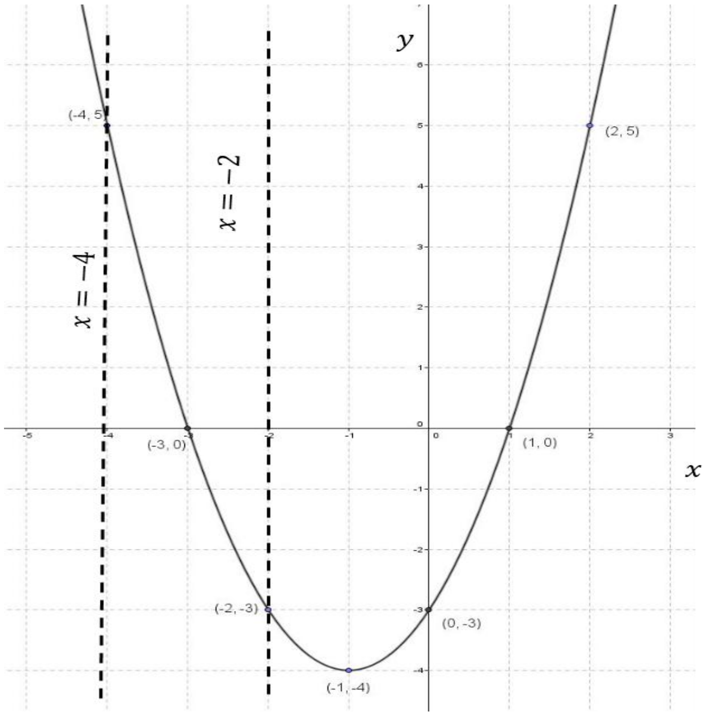


- ප්‍රස්තාරය වමේ සිට දකුණට ගමන්කිරීමේදී කඩ ඉරි අතරමැදි සීමාව තුල පිහිටි ලක්ෂවල ඛණ්ඩාංකයේ y අගය -4 සිට-3,-2,-1ලෙසින් ක්‍රමයෙන් වැඩිවේ.
- එම නිසා මෙම කොටස තුල ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවේ.
- x අක්ෂයේ -1 ත් 1 ත් අතර සීමාවේදී මෙලෙස ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවේ.

  - **එනම් -1< $x < 1$ අගය ප්‍රන්තරය තුලදී ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවේ.**

8. -4< $x < -2$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතයේ හැසිරීම විස්තර කරන්න.

පළමුව ශ්‍රිතය තුල $x = -4$ හා $x = -2$ රේඛා පහත පරිදි සලකුණු කර ගනිමු.



- -4< $x < -3$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතය ධන වේ, -3< $x < -2$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතය සෘණ වේ.එමනිසා කොටස් දෙකකට ශ්‍රිතයේ හැසිරීම විස්තර කල හැක.
  එනම්,
- **-4< $x < -3$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතය ධනව අඩුවේ**
- **-3< $x < -2$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතය සෘණ ව අඩුවේ.**

ගැටළු

1. $y = -x^2 + 4x + 2$ ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ .

i) **වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.**

x	-1	0	-1	2	3	4	5
y	-3	2					-3

මේ සඳහා xහා y අක්ෂය කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ii) **ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය ලියන්න.**

iii) **වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.**

iv) **සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.**

v) $-x^2 + 4x + 2 = 0$ **සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට සොයන්න.**

vi) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

vii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

viii) ශ්‍රිතය ධනව අඩුවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

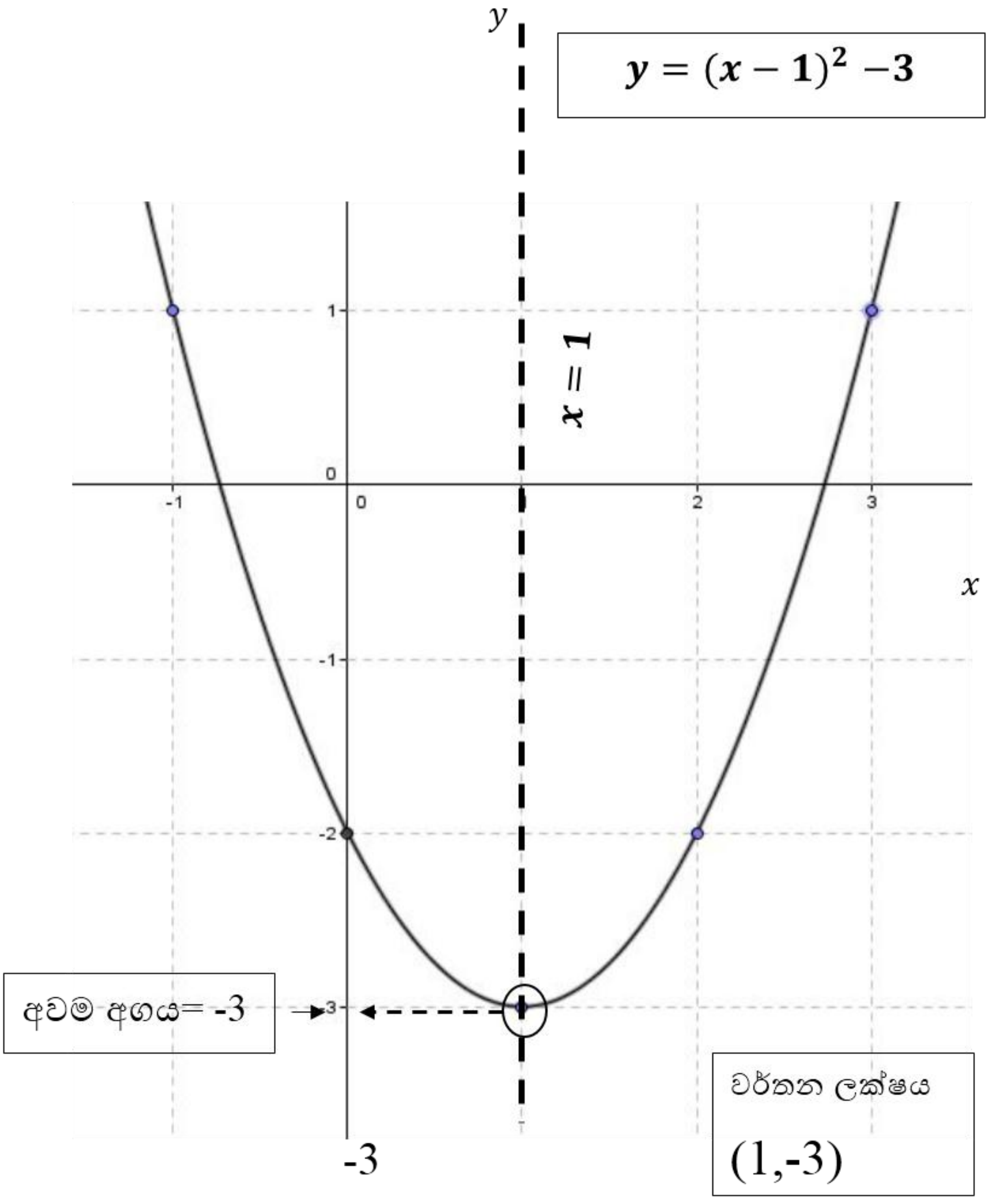
ix) . $y = 4$ සරල රේඛාව ඛණ්ඩාංක තලය මත ඇද ,එම රේඛාව සහ ප්‍රස්තාරයේ ඡේදන ලක්ෂ වල ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

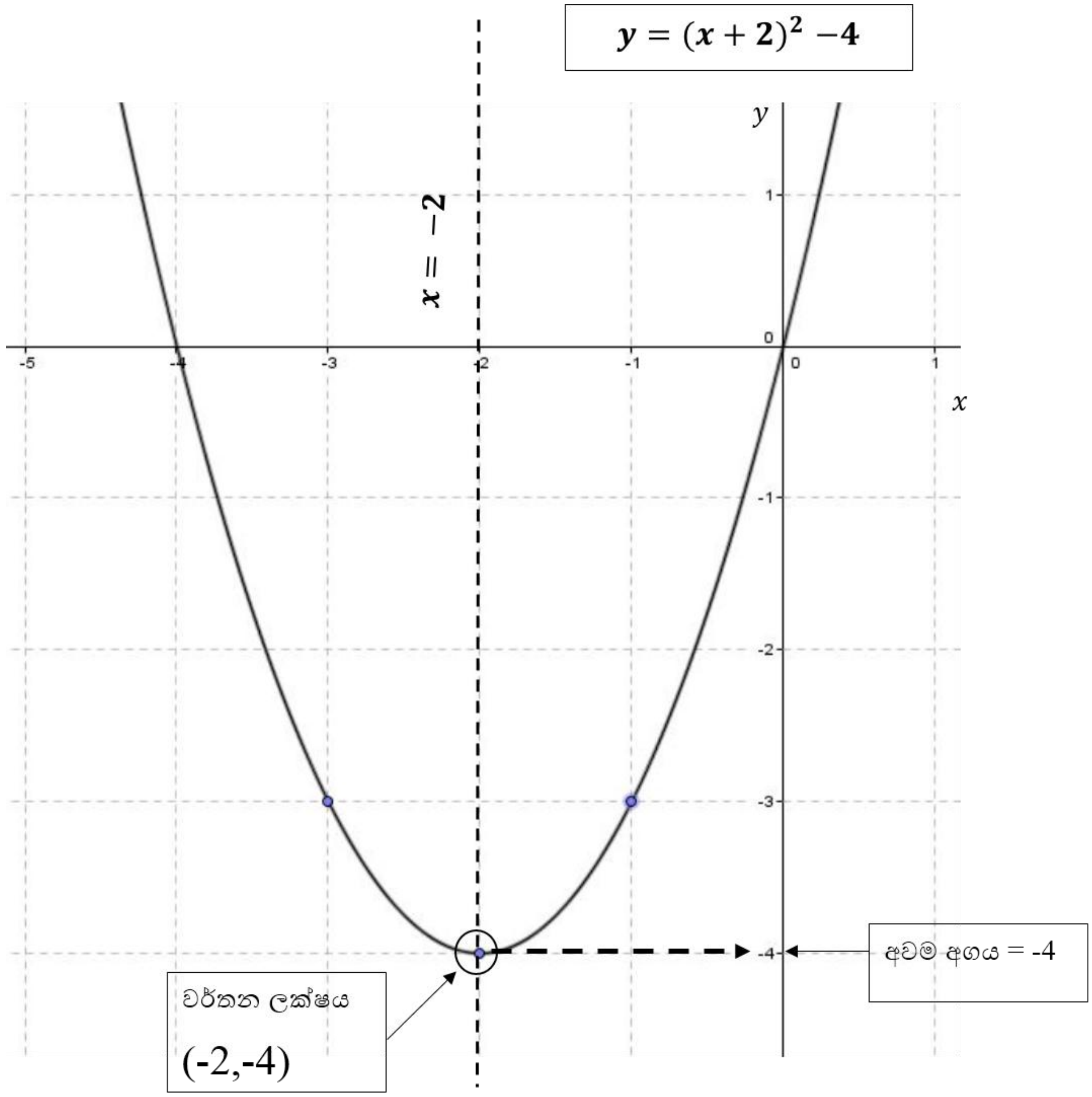
<u>$y = \pm(x \pm b)^2 + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර</u>

මෙම ආකාරයට යම් ශ්‍රිතයක සමීකරණයක් දී ඇති විට පෙර පරිදිම, ලබා දී ඇති x අගයන් ආදේශයෙන් y අගයන් සොයාගෙන වගුව සම්පූර්ණ කර දී ඇති උපදෙස් අනුව ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳිය යුතුය.

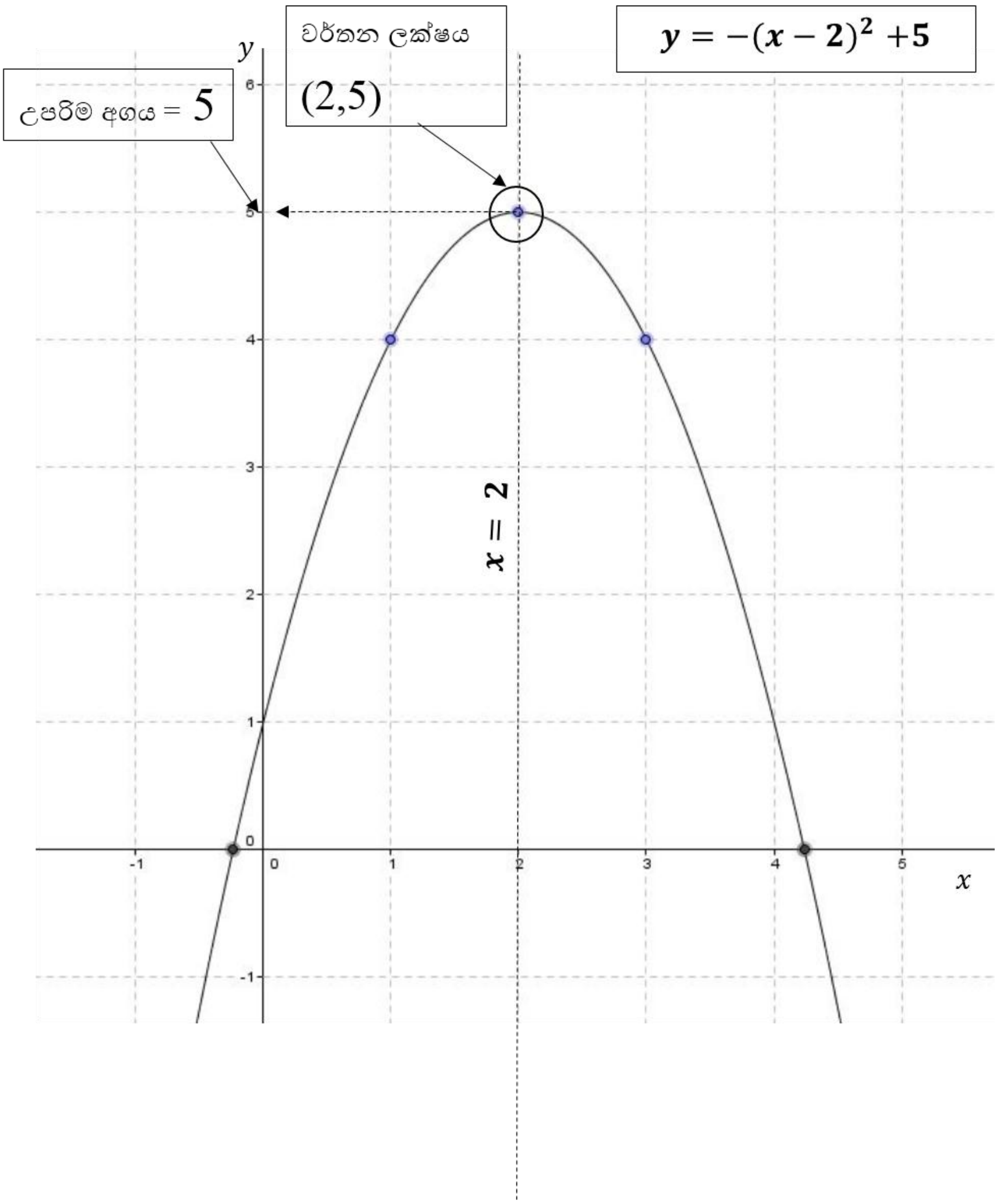
නමුත් මේ ආකාරයට යම් ශ්‍රිතයක සමීකරණය දී ඇති විට සමීකරණයේ ඇති අගයන් ඇසුරෙන් ප්‍රස්තාරයේ යම් යම් අගයන් ප්‍රස්තාරය ඇඳීමකින් තොරව ,සමීකරණය දෙස බලා ලබා ගත හැක.

පහත දිස්වන්නේ ශ්‍රිතයත් සමග එහි ප්‍රස්තාර කිහිපයකි. සමමිති අක්ෂයද කඩ ඉරි වලින් දැක්වේ.

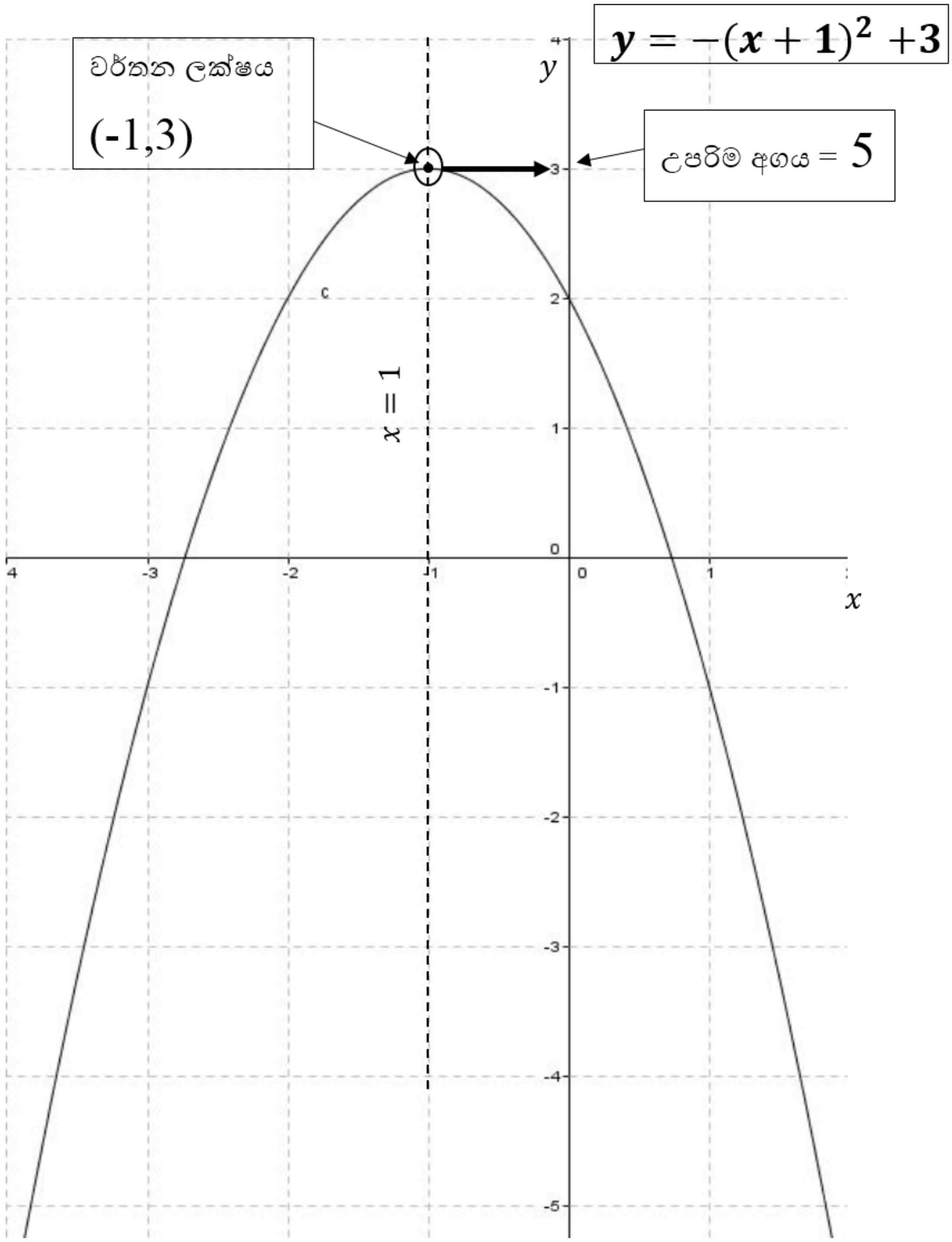




$y = (x + 2)^2 - 4$
$x = -2$
y
x
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
-1
-2
-3
-4
වර්තන ලක්ෂය
(-2,-4)
අවම අගය = -4



වර්තන ලක්ෂය
(2,5)
$y = -(x-2)^2 + 5$
උපරිම අගය = 5
$x = 2$
y
x



$y = -(x+1)^2 + 3$
වර්තන ලක්ෂය
(-1,3)
උපරිම අගය = 5
$x = 1$
y
x
c
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5

ඉහත ප්‍රස්තාරවල තොරතුරු ඇසුරෙන් සම්පූර්ණ කර ඇතිපහත වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න

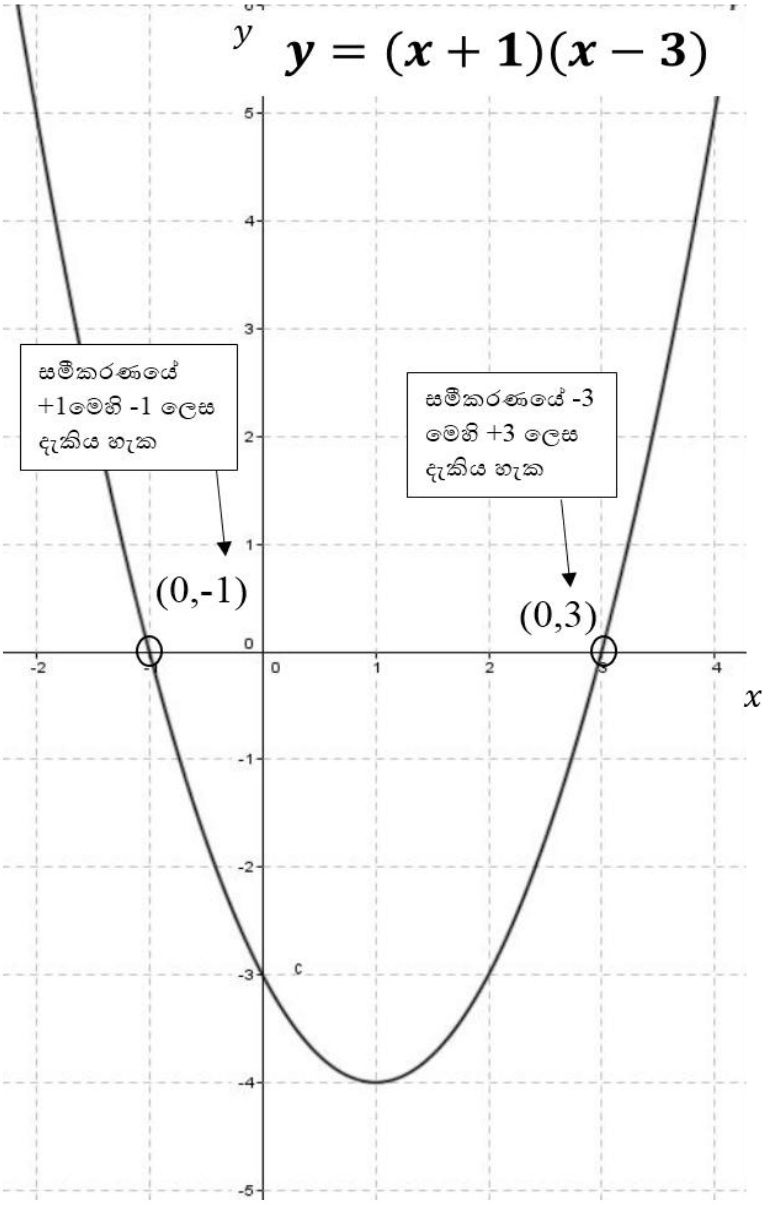
ශ්‍රිතයේ සමීකරණය	උපරිම/අවම අගය	සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය	වර්තන ලක්ෂය
$y=(x-1)^2-3$	අවම අගය $=-3$	$x=1$	(1,-3)
$y=(x+2)^2-4$	අවම අගය $=-4$	$x=-2$	(-2,-4)
$y=-(x-2)^2+5$	උපරිම අගය $=+5$	$x=2$	(2,5)
$y=-(x+1)^2+3$	උපරිම අගය $=+3$	$x=-1$	(-1,3)

මේ අනුව පැහැදිලි වනුයේ,

- $y=\pm(x\pm b)^2+c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයේ උපරිම හෝ අවම අගය,සමමිතික අක්ෂයේ **සමීකරණය, වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය b හා c ට ඇති අගයන් අනුව ප්‍රකාශ කල හැකි බවයි.**
- **මෙම ආකාරයේදී ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණයේ $+b$ ඇත්නම් සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය** $x=-b$ වේ. **සමීකරණයේ - b ඇත්නම් සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය** $x=+b$ වේ.
- $y=(x\pm b)^2+c$ වැනි ශ්‍රිතයක් මගින් අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක්ද $y=-(x\pm b)^2+c$ වැනි ශ්‍රිතයක් මගින් උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයක්ද ලැබේ.

$y = \pm(x \pm a)(x \pm b)$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

මෙම ආකාරයට සමීකරණය දැක්වෙන ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය සඳහා උදා හරණ කිහිපයක් අධ්‍යයනය කරමු.

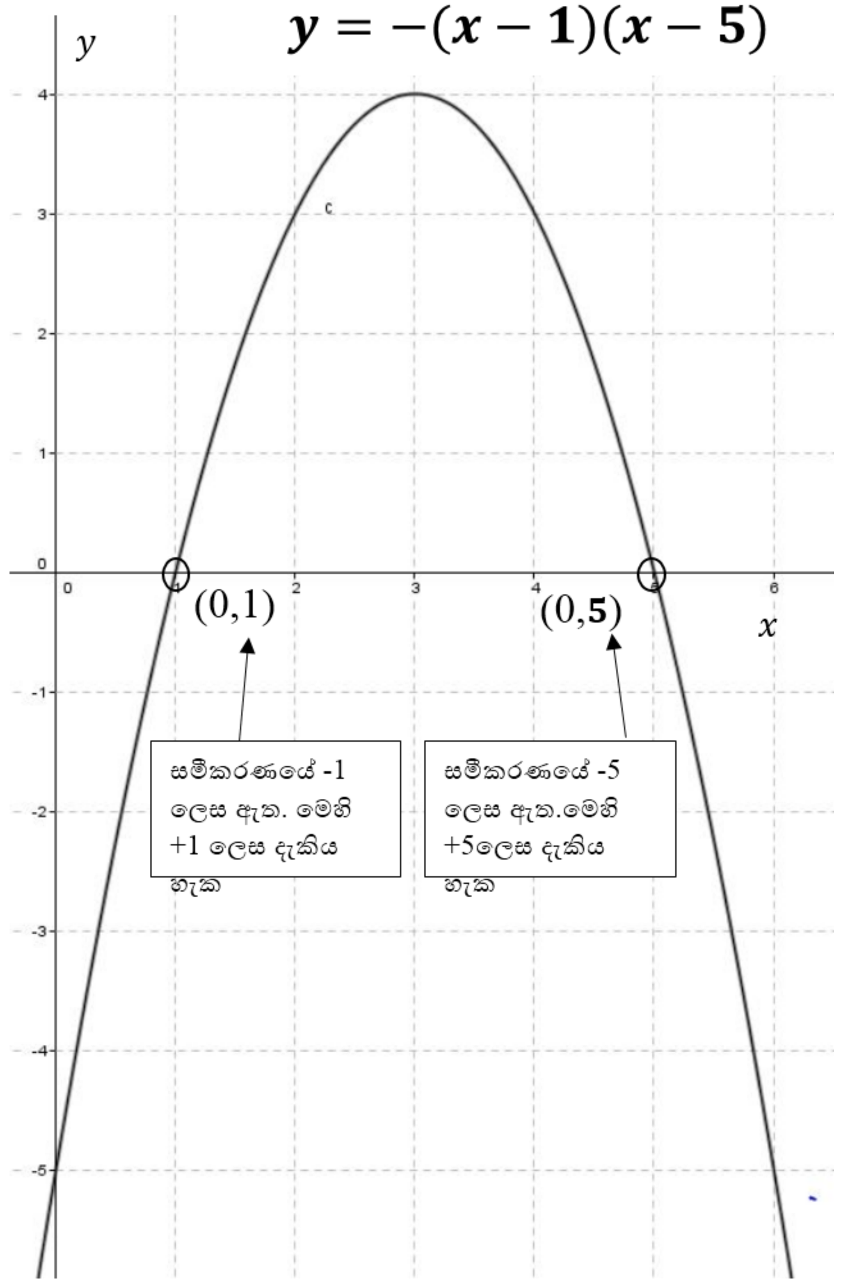


මෙම ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ වනුයේ (0,-1) හා (0,3) යන ලක්ෂයි.

එනම් $(x+1)(x-3) = 0$

සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලබාගත් විට,

x = -1 හා x = 3 වේ.



මෙම ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ වනුයේ (0,1) හා (0,5) යන ලක්ෂයි

එනම් $-(x-1)(x-5) = 0$

සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලබාගත් විට,

$x = 1$ හා $x = 5$ වේ.

$y = \pm(x \pm a)(x \pm b)$ ආකාරයට ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය දී ඇති විට a හා b අගයන් ඇසුරෙන් $\pm(x \pm a)(x \pm b)$ =0 සමීකරණයේ විසඳුම් ලබාගත හැක.

එමෙන්ම a හා b අගයන් ඇසුරෙන් පහත සඳහන් ලක්ෂණද ප්‍රස්ථාරය ඇදීමෙන් තොරවම ලබාගත හැක

$y = (x + a)(x + b)$ ප්‍රස්තාරයේ

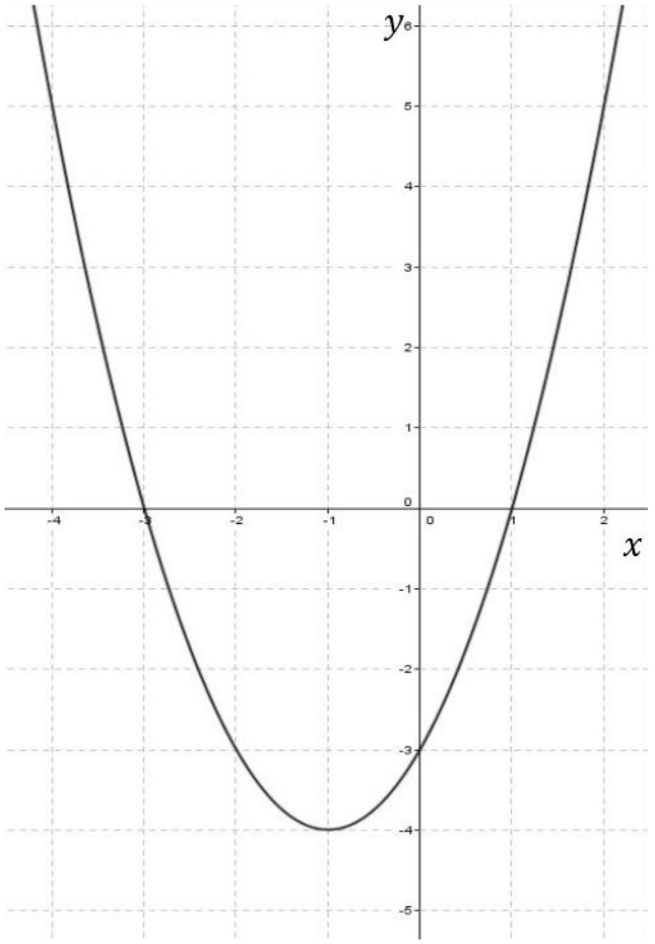
- **අවමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි**
- **සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය x = - $\frac{(a+b)}{2}$**
- **x ඡේදනය කරන ලක්ෂ $(-a, 0)(-b, 0)$**

$y = -(x + a)(x + b)$ ප්‍රස්තාරයේ

- **උපරිමයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි**
- **සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය x = - $\frac{(a+b)}{2}$**
- **x ඡේදනය කරන ලක්ෂ $(-a, 0)(-b, 0)$**

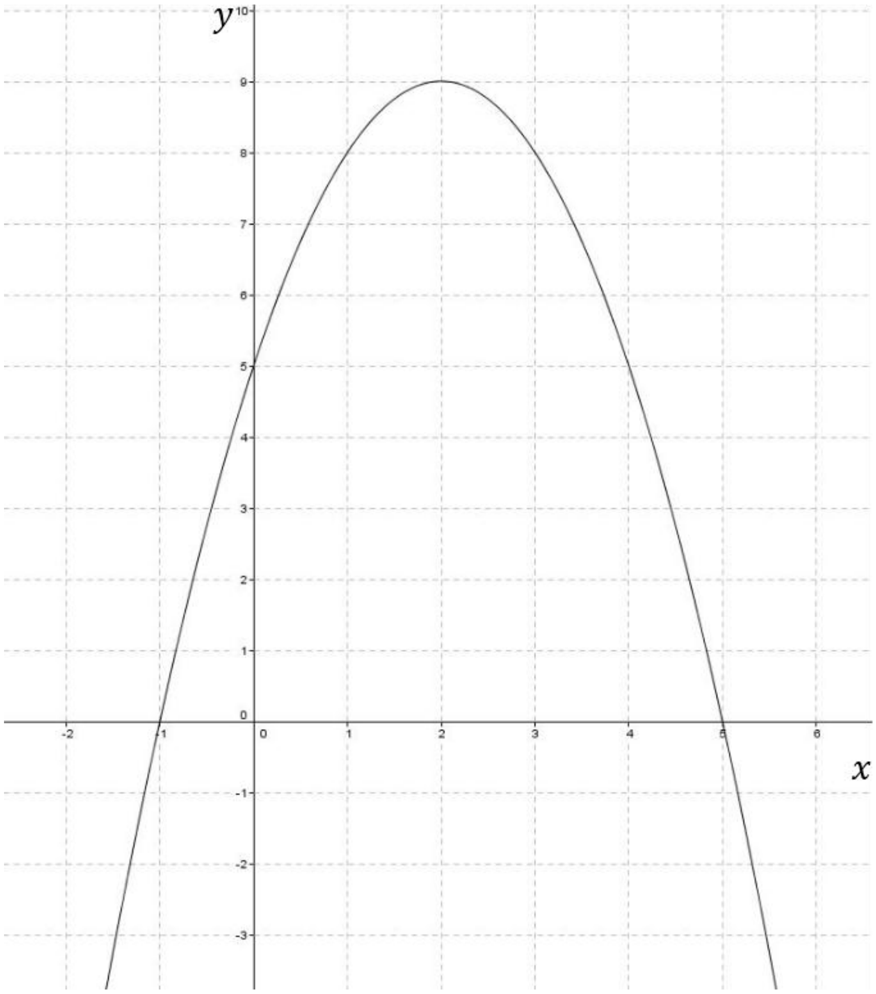
ගැටළු

1. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් දී ඇති ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න



i) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
ii) උපරිම හෝ අවම අගය සොයන්න.
iii) වර්තන ලක්ෂයේ බණ්ඩාංකය ලියන්න.
iv) ශ්‍රිතයේ සමීකරණය $y = (x + b)^2 + c$ ආකාරයට ලියා දක්වන්න.
v) ශ්‍රිතය සෘණ වන $\boldsymbol{x}$ හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
vi) ශ්‍රිතය සෘණ ව වැඩිවන $\boldsymbol{x}$හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
vii) ශ්‍රිතයේ සමීකරණය $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{p})(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{q})$ ආකාරයටද ලියා දක්වන්න.

2. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් දී ඇති ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.



i) සමමිතික අක්ෂය ඇද එහි සමීකරණය ලියන්න.
ii) උපරිම හෝ අවම අගය සොයන්න.
iii) ශ්‍රිතයේ සමීකරණය $y = (x + b)^2 + c$ ආකාරයට ලියා දක්වන්න.
iv) ශ්‍රිතය ධන වන $\boldsymbol{x}$හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
v) ශ්‍රිතය ධන ව වැඩිවන $\boldsymbol{x}$හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
vi) ශ්‍රිතයේ $\boldsymbol{y} = 5$ වන $\boldsymbol{x}$ හි අගයන් ලියන්න.

3. $y = x^2$ -3$x - 2$ **ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් පහත දැක්වේ**

i) වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	2	-2		-4		2	8

මේ සඳහා x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 1 ද, y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10 කින් ඒකක 2 වන ලෙස පරිමාණය ගෙන ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ii) ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.

iii) වර්තන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය ලියන්න.

iv) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

v) x^2 -3$x - 2 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට සොයන්න.

vi) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

vii) ශ්‍රිතය සෘණ ව වැඩිවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

viii) ශ්‍රිතය සෘණ ව අඩුවන වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියන්න.

ix) . $2 < x < 4$ ප්‍රාන්තරය තුල ශ්‍රිතයේ හැසිරීම විස්තර කරන්න.

❖ ඉහත ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමේදී y ට ලැබෙන අගයන් වල හරි මැද අගයක් නොලැබේ. නමුත් ලැබෙන ඛණ්ඩාංක නිවැරදිව ඛණ්ඩාංක තලය මත ලකුණු කර ලැබෙන ප්‍රස්තාරයේ හැඩය අනුව අවම අගය නිවැරදිව ලැබෙන සේ ප්‍රස්තාරය ඇඳිය යුතුය.