සමීකරණ

සමගාමී සමීකරණ

- සමගාමී සමීකරණ යුගලයක අඥාත දෙකක් ඇත.
- සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට නම් එක් අඥාතයක් ඉවත් කල යුතුය.
- මේ සදහා ඉවත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන අඥාතයේ සංගුණක සමානවිය යුතුය.
- සංගුණක සමාන වූ අඥාත පදයේ ලකුණ සමාන නම් සමීකරණ දෙක අඩු කරන්න.
- සංගුණක සමාන වූ අඥාත පදයේ ලකුණ අසමාන නම් සමීකරණ දෙක එකතු කරන්න.

❖ අඥාතයක සංගුණකය සමාන වූ විට සමීකරණය විසඳීම.

- නිදසුන 1

$x + y = 8$

$x - y = 4$ විසඳන්න.

- මෙම සමීකරණ යුගලයේ x හා y යන අඥාත දෙකෙන් ඕනෑම අඥාතයක් ඉවත් කර ගැනීම මගින් ඒවා විසඳිය හැක

(i.) අවස්ථාව

Y ඉවත් කිරීම මගින්.

$x + y = 8$ —— (1)

$x - y = 4$ —— (2)

(1) + (2)

$x + y + (x - y) = 8 + 4$

$x + \not{y} + x - \not{y} = 12$

$2x = 12$

$\underline{\underline{x = 6}}$

- සමීකරණ දෙකේ y හි ලකුණු අසමාන නිසා සමීකරණ දෙක එකතු කිරීමෙන් y ඉවත් කල හැකියි.

X හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්

$X + y = 8$

$6 + y = 8$

$y = 8 - 6$

$\underline{\underline{y = 2}}$

- X හි අගය (1) හෝ (2) සමීකරණයට ආදේශයෙන් y හි අගය සෙවිය හැක.

(ii.) අවස්ථාව

X ඉවත් කිරීම මගින්.

$x + y = 8$ ——— (1)

$x - y = 4$ ——— (2)

(1) - (2)

$x + y - (x - y) = 8 - 4$

$\cancel{x} + y - \cancel{x} + y = 4$

$2y = 4$

$\underline{\underline{y = 2}}$

සමීකරණ දෙකේ x හි ලකුණ සමාන බැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කිරීමෙන් x ඉවත් කල හැකිය.

y හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්

$x + y = 8$

$x + 2 = 8$

$x = 8 - 2$

$\underline{\underline{x = 6}}$

y හි අගය (1) හෝ (2) සමීකරණයට ආදේශයෙන් x හි අගය සෙවිය හැකිය.

නිදසුන 2.

$2x + 3y = 7$

$2x - 3y = 1$ විසඳන්න.

$2x + 3y = 7$ ——— (1)

$2x - 3y = 1$ ——— (2)

(1) + (2)

$2x + 3y + (2x - 3y) = 7+1$

$2x + 3\cancel{y} + 2x - 3\cancel{y} = 8$

$4x = 8$

$\underline{\underline{x = 2}}$

Y හි සංගුණක සමාන හා ලකුණ අසමාන බැවින් සමීකරණ දෙක එකතු කරමු.

x හි අගය (1) ට ආදේශයෙන් :

$2x + 3y = 7$

$2 \times 2 + 3y = 7$

$4 + 3y = 7$

$3y = 7 - 4$

$3y = 3$

$y = 1$

අභ්‍යාසය 1 : පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(1) $a + b = 10$
$a - b = 8$

(2) $p + q = 12$
$p - q = 2$

(2) $3x + y = 3$
$3x - y = 9$

(4) $7a - 8b = 15$
$7a + 8b = -1$

- **සමීකරණ දෙකේම එක් අඥාතයක පමණක් සංගුණකය සමාන වූ විට සමීකරණ විසදීම.**

  - නිදසුන 1

$7a - 3b = 5$
$a + 3b = 3$ විසඳන්න.

$7a - 3b = 5$ ——— (1)
$a + 3b = 3$ ——— (2)

(1) + (2)

$7a - 3b + (a+3b) = 5+3$ ——— (1)
$7a - 3b + a + 3b = 8$ ——— (2)
$8a = 8$
$a = 1$

b හි සංගුණක සමාන හා ලකුණ අසමාන බැවින් සමීකරණ දෙක එකතු කරමු.

a හි අගය (2) ආදේශය.

$a + 3b = 3$

$1 + 3b = 3$

$3b = 3-1$

$3b = 2$

$b = \frac{2}{3}$

a හි අගය (1) හෝ (2) සමීකරණයට ආදේශයෙන් b සෙවිය හැකිය.

නිදසුන 2

$a + b = 7$

$a + 2b = 11$ විසඳන්න

$a + b = 7$ —— (1)

$a + 2b = 11$ —— (2)

(2) - (1)

$a + 2b - (a + b) = 11 - 7$

$\not{a} + 2b - \not{a} - b = 4$

$b = 4$

a හි සංගුණක සමාන හා ලකුණු සමාන බැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

b හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්

$a + b = 7$

$a + 4 = 7$

$a = 7 - 4$

$a = 3$

b හි අගය (1) හෝ (2) සමීකරණයට ආදේශයෙන් a සෙවිය හැක.

අභ්‍යාසය 2 ÷ පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(1) $2x - y = 7$
$3x + y = 8$

(2) $3a + b = 5$
$a + b = -3$

(3) $5x + 3y = 11$
$5x - y = 7$

(4) $6a - 2b = 10$
$-5a + 2b = -1$

❖ **සමීකරණ දෙකේ අඥාත දෙකෙහිම සංගුණකය සමාන නොවූ විට සමීකරණ විසඳීම.**

නිදසුන 1

$x - 4y = 6$
$3x + 2y = 4$ විසඳන්න.

1 අවස්ථාව

y ඉවත් කිරීම මගින්.

$x - 4y = 6$ —— (1)

$3x + 2y = 4$ —— (2)

- y ඉවත් කිරීමට සමීකරණ දෙකෙහිම y හි සංගුණකය සමාන කල යුතුය. මේ සඳහා (2) සමීකරණය 2න් ගුණකර y හි සංගුණකය සමාන කර ගනිමු.

(2) × 2
$6x + 4y = 8$ —— (3)

(1) + (3)

$x - 4y + (6x + 4y) = 6 + 8$
$x - \cancel{4}y + 6x + \cancel{4}y = 14$
$7x = 14$
$\underline{\underline{x = 2}}$

- (1) හා (3) සමීකරණයේ y හි සංගුණක සමාන හා ලකුණ අසමාන බැවින් සමීකරණ දෙක එකතු කරමු.

x හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්

$x - 4y = 6$

$2 - 4y = 6$

$-4y = 6 - 2$

$-4y = 4$

$\underline{\underline{y = -1}}$

- x හි අගය (1) , (2) හෝ (3) සමීකරණයට ආදේශයෙන් y සෙවිය හැක.

2 අවස්ථාව

x ඉවත් කිරීම මගින්.

$x - 4y = 6$ —— (1)
$3x + 2y = 4$ —— (2)

- x ඉවත් කිරීමට සමීකරණ දෙකෙහිම x හි සංගුණක සමාන විය යුතුය. මේ සඳහා (1) සමීකරණය 3 න් ගුණකර x හි සංගුණක සමාන කර ගනිමු.

(1) × 3

$3x - 12y = 18$ —— (3)

(3) - (2)

$3x - 12y - (3x + 2y) = 18 - 4$

$3\cancel{x} - 12y - 3\cancel{x} - 2y = 14$

$-14y = 14$

$\underline{\underline{y = -1}}$

- (2) හා (3) සමීකරණවල x හි සංගුණක සමාන හා ලකුණ සමාන බැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

y හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්,

$x - 4y = 6$

$x - 4 \times (-1) = 6$

$x + 4 = 6$

$x = 6 - 4$

$\underline{\underline{x = 2}}$

- y හි අගය (1), (2) හෝ (3) සමීකරණ වලට ආදේශයෙන් x සෙවිය හැකිය.

නිදසුන 2

$2a + 5b = 9$
$3a + 2b = 8$ විසඳන්න.

1 අවස්ථාව

a ඉවත් කිරීම මඟින්

$2a + 5b = 9$ —— (1)
$3a + 2b = 8$ —— (2)

- a ඉවත් කිරීමට සමීකරණ දෙකෙහිම a හි සංගුණක සමාන විය යුතුය.
- සමීකරණ දෙකෙහි a හි සංගුණක 2 හා 3 වේ .
- සමීකරණ දෙකෙහිම a හි සංගුණකය 2 හා 3 හි කු.පො.ගු වන 6 බවට පත් කර ගනිමු.

(1) × 3
$6a + 15b = 27$ —— (3)

(2) x 2
$6a + 4b = 16$ —— (4)

- මේ සඳහා (1) සමීකරණය 3 න් ද (2) සමීකරණය 2 න් ද ගුණ කරමු.

(3) - (4)

$6a + 15b - (6a + 4b) = 27 - 16$
හා
$6a + 15b - 6a - 4b = 11$
$11b = 11$
$b = 1$

- දැන් (3) හා (4) සමීකරණ දෙකෙහි a හි සංගුණකය හා ලකුණ සමාන බැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

b හි අගය (1) ට ආදේශය

$2a + 5b = 9$
$2a + 5 \times 1 = 9$
$2a + 5 = 9$
$2a = 9 - 5$
$2a = 4$
$a = 2$

- b හි අගය (1) , (2) , (3) හෝ (4) සමීකරණ වලට ආදේශයෙන් a සෙවිය හැකිය.

2 අවස්ථාව

b ඉවත් කිරීම මඟින්,

- b ඉවත් කිරීමට සමීකරණය දෙකෙහිම b හි සංගුණක සමාන විය යුතුය.
- සමීකරණ දෙකෙහි b හි සංගුණකය 5 හා 2 වේ.

$2a + 5b = 9$ —— (1)

$3a + 2b = 8$ —— (2)

- සමීකරණ දෙකෙහි b හි සංගුණකය , 5 හා 2 හි කු.පො.ගු වන 10 බවට පත් කර ගනිමු.

(1) x 2

$4a + 10b = 18$ —— (3)

(2) x 5

$15a + 10b = 40$ —— (4)

- මේ සඳහා (1) සමීකරණය 2 න් ද (2) සමීකරණය 5 න්ද ගුණ කරමු.

(4) - (3)

$15a + 10b - (4a + 10b) = 40 - 18$

$15a + 10b - 4 - 10b = 22$

$11a = 22$

$a = 2$

- දැන් (3) හා (4) සමීකරණ දෙකෙහිම b හි සංගුණක හා ලකුණ සමාන බැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

a හි අගය (1) ට ආදේශය

- a හි අගය (1) , (2) , (3) හෝ (4) සමීකරණ වලට ආදේශයෙන් b සෙවිය හැකිය.

$2a + 5b = 9$

$2 \times 2 + 5b = 9$

$4 + 5b = 9$

$5b = 9 - 4$

$5b = 5$

$b = 1$

අභ්‍යාසය 3 :- පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(1) $2m + 3n = 5$
$3m + 4n = 7$

(2) $5x + 4y = 22$
$3x + 5y = 21$

(3) $4a + 3b = 24$
$-2a + b = -2$

(4) $2x + 3y = 22$
$-3x + 2y = -7$

❖ භාගමය සංගුණක සහිත සමගාමී සමීකරණ

නිදසුන 1

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6$ විසඳන්න.

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y = 0$

භාගමය සංගුණක නිඛිල බවට හරවා ගෙන විසඳීමු

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6$ ——— (1)

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y = 0$ ——— (2)

සමීකරණවල සංගුණකවල හරයන්ගේ කුඩා පොදු ගුණාකාරයෙන් සමීකරණ ගුණ කිරීමෙන් සංගුණක නිඛිල බවට පත් කර ගනිමු.

(1) සමීකරණය 2 හා 3 හි කු. පො. ගු වන 6න්ද (2) සමීකරණය 4 හා 6හි කු.පො. ගු වන 12 න්ද ගුණ කරමු.

(1) x 6

$6 \times \frac{1}{2}x + 6 \times \frac{1}{3}y = 6 \times 6$

$3x + 2y = 36$ —— (3)

(2) $\times$ 12

$12 \times \frac{1}{4}x - 12 \times \frac{1}{6}y = 12 \times 0$

$3x - 2y = 0$ —— (4)

දැන් (1) හා (2) සමීකරණ විසඳීම වෙනුවට එයට තුල්‍ය වන (3) හා (4) විසඳීම කළ හැකිය.

$3x + 2y = 36$ ——— (3)

$3x - 2y = 0$ ——— (4)

(3) හා (4) හි y හි සංගුණක සමාන වන අතර ලකුණ අසමාන වේ . එබැවින් සමීකරණ දෙක එකතු කරමු.

(3) + (4)

$3x + 2y + (3x - 2y) = 36 + 0$

$3x + \cancel{2y} + 3x - \cancel{2y} = 36$

$6x = 36$

$\underline{\underline{x = 6}}$

x හි අගය (4) ට ආදශෙයෙන්

$3x - 2y = 0$

$3 \times 6 - 2y = 0$

$18 - 2y = 0$

$-2y = -18$

$\underline{\underline{y = 9}}$

නිදසුන 2

$\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = -3$ විසඳන්න.

$\frac{3}{5}x - \frac{1}{6}y = -2$

නිදසුන 1 හි පරිදි මෙම සමීකරණවල භාගමය සංගුණක නිඛිල බවට පත් කර විසඳිය හැකිය. තවද මෙම සමීකරණ දෙක විසඳීමේදී එක් විචල්‍යයක භාගමය සංගුණක සමාන කිරීමෙන්ද සමීකරණ දෙක විසඳිය හැක.

$\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = -3$ —— ①

$\frac{3}{5}x - \frac{1}{6}y = -2$ —— ②

මෙහි x හි සංගුණකය ① හි $\frac{1}{5}$ ද ② හි $\frac{3}{5}$ ද වේ. ① සමීකරණය 3 න් ගුණ කිරීමෙන් $\frac{3}{5}$ සාදාගත හැකිය.

① $\times$ 3

$\frac{3}{5}x - \frac{6}{3}y = -9$ —— ③

දැන් ② හා ③ හි x හි සංගුණකය $\frac{3}{5}$ වේ. ලකුණද සමාන වේ . එබැවින් සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

② - ③

$\frac{3}{5}x - \frac{1}{6}y - (\frac{3}{5}x - \frac{6}{3}y) = 2 - (-9)$

$\frac{3}{5}x - \frac{1}{6}y - \frac{3}{5}x + \frac{6}{3}y = 2 + 9$

$-\frac{1}{6}y + \frac{6}{3}y = 11$

$\frac{-1+12}{6}\ y = 11$

$\frac{11y}{6} = 11$

$11y = 11 \times 6$

$\underline{\underline{y = 6}}$

y හි අගය ① ට ආදේශයෙන්

$\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = -3$

$\frac{1}{5}x - \frac{2}{3} \times 6 = -3$

$\frac{1}{5}x - 4 = -3$

$\frac{1}{5}x = -3 + 4$

$\frac{1}{5}x = 1$

$\underline{\underline{x = 5}}$

අභ්‍යාසය 4

විසඳන්න.

(1) $\frac{3}{10}a - \frac{1}{4}b = 1$ (2) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = -2\frac{5}{6}$ (3) $1\frac{1}{2}x - \frac{3}{5}y = 3$

$\frac{1}{10}a - \frac{3}{4}b = -1$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 1$ $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 3$

❖ සාධක භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම.

නිදසුන 1

$x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$x^2 + 3x + 2x + 6 = 0$

$x(x+3) + 2(x+3) = 0$

$(x+3)(x+2) = 0$

$x + 3 = 0$ හෝ $x + 2 = 0$ විය යුතුය.

$x = -3$ හෝ $x = -2$

එම නිසා සමීකරණයේ මූල (විසඳුම්)

$x = -3$ හා $x = -2$ වේ.

නිදසුන 2

$x^2 - 7x + 12 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

$x^2 - 7x + 12 = 0$

$x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$

$x(x-3) - 4(x-3) = 0$

$(x-3)(x-4) = 0$

$x - 3 = 0$ හෝ $x - 4 = 0$ විය යුතුය.

$x = 3$ හෝ $x = 4$

එම නිසා මෙම සමීකරණයේ විසඳුම්

$x = 3$ හෝ $x = 4$ වේ

අභ්‍යාසය 5 ÷ පහත දැක්වෙන වර්ගජ සමීකරණ විසඳන්න.

i. $x(x+3) = 0$
ii. $x^2 + 8x + 12 = 0$
iii. $a^2 - 8a + 15 = 0$
iv. $y^2 - 4y - 12 = 0$
v. $x^2 - 49 = 0$
vi. $(x-6)(x+3) = 0$
vii. $y^2 - 100 = 0$

❖ පරිපූර්ණ වර්ගජ ප්‍රකාශන.

$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

↑ පරිපූර්ණ වර්ගජ ප්‍රකාශනය

↑ වර්ගායිතය (පූර්ණ වර්ගය)

නිදසුන 1

$x^2 + 6x$ ප්‍රකාශනය පූර්ණ වර්ගයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත පදය සොයා පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$x^2 + 6x$ පරිපූර්ණ වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත අගය සොයමු.

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

එනම් මෙහි 9 යනු x පදයේ සංගුණකය වන 6 හි හරි අඩක වර්ගය වේ.

එනම්, $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

නිදසුන 2

$x^2 + 10x$ ප්‍රකාශනය පූර්ණ වර්ගයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත පදය සොයා පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශනය කරන්න.

$x^2 + 10x$ ප්‍රකාශනය පරිපූර්ණ වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත අගය සොයමු.

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 = 5^2 = 25$$

එනම් 25 යනු x පදයේ සංගුණකය වන 10 හි හරි අඩක වර්ගය වේ.

එවිට ප්‍රකාශනය $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$

නිදසුන 3

$x^2 - 3x$ ප්‍රකාශනය පූර්ණ වර්ගයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත පදය සොයා පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

එකතු කල යුතු අගය $= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

අගය එකතු කල විට ප්‍රකාශනය $= x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

පූර්ණ වර්ගය $= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

නිදසුන 4

$x^2 + 7x$ පූර්ණ වර්ගයක් වීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත පදය සොයා පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශනය කරන්න.

එකතු කල යුතු අගය $= \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$

අගය එකතු කල විට ප්‍රකාශනය $= x^2 + 7x + \frac{49}{4}$

පූර්ණ වර්ගය $= \left(x + \frac{7}{2}\right)^2$

අභ්‍යාසය 6

පහත සඳහන් ප්‍රකාශන පූර්ණ වර්ගයක් බවට පත් කිරීම සඳහා එකතු කල යුතු නියත පදය ලිය ඒවා වර්ගායිත ලෙස සකසන්න.

(1) $x^2 + 8x + \underline{16} = (x + 4)^2$	(4) $x^2 - 2x + ___ = (____)^2$
(2) $x^2 + 4x + ____ = (____)^2$	(5) $x^2 - 12x + ____ = (____)^2$
(3) $x^2 + 5x + ____ = (____)^2$	(6) $x^2 - x + ____ = (____)^2$

සාධක භාවිතයෙන් විසඳුම් ලබාගත නොහැකි වර්ගජ සමීකරණ සඳහා විසඳුම් සෙවිය හැකි ක්‍රම සොයා බලමු.

❖ වර්ග පූර්ණයෙන් වර්ගජ සමීකරණය විසඳීම.

නිදසුන 1

$x^2 - 2x - 4 = 0$ වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳන්න. ($\sqrt{5} = 2.23$ ලෙස ගන්න.)

$x^2 - 2x - 4 = 0$

$x^2 - 2x = 4$
- සමීකරණයේ වම් පස නියත පදය ඉවත් කරමු.

$x^2 - 2x + 1 = 4 + 1$
- වම් පැත්ත පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලිවීම සඳහා x හි සංගුණකයේ හරි අඩක වර්ගය දෙපසටම එකතු කරමු.

$(x - 1)^2 = 5$
- වම් පැත්ත පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස සකස් කරමු.

$(x - 1) = \pm\sqrt{5}$
- වර්ග මූලය ගැනීමෙන්

$x = 1 \pm \sqrt{5}$

$x = 1 + 2.23$ හෝ $x = 1 - 2.23$

$\therefore\ x = 3.23$ හෝ $x = -1.23$

$\therefore$ ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $x = 3.23$ හෝ $x = -1.23$ වේ.

නිදසුන 2

$x^2 - 4x - 8 = 0$ වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳන්න. ($\sqrt{3} = 1.73$ ලෙස ගන්න)

$x^2 - 4x - 8 = 0$

$x^2 - 4x = 8$

$x^2 - 4x + 4 = 8 + 4$
- x හි සංගුණකයේ හරි අඩක වර්ගය දෙපසටම එකතු කිරීම.

$(x-2)^2 = 12$ • පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලිවීමෙන්

$x - 2 = \pm\sqrt{12}$ • වර්ග මූලය ගැනීමෙන්

$x = 2\pm\sqrt{12}$

$x = 2\pm2\sqrt{3}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4\times 3}$

$= \sqrt{4}\times\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$x = 2+2\sqrt{3}$ හෝ $x = 2-2\sqrt{3}$

$x = 2+2\times 1.73$ හෝ $x = 2-2\times 1.73$

$x = 2+3.46$ හෝ $x = 2-3.46$

$\therefore x = 5.46$ හෝ $x = -1.46$

∴මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් $x = 5.46$ හා $x = -1.46$ වේ.

නිදසුන 3

$x^2 - 3x - 5 = 0$ වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳන්න.($\sqrt{29} = 5.38$ ලෙස ගන්න.)

$x^2 - 3x - 5 = 0$

$x^2 - 3x = 5$

$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 5 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$ • x පදයෙහි සංගුණකයේ හරි අඩක වර්ගය දෙපසටම එකතු කිරීමෙන්.

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = 5+\frac{9}{4}$ • පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලිවීමෙන්.

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{20+9}{4}$

$x-\frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{29}{4}}$ • වර්ගමූලය ගැනීමෙන්

$x = \frac{3}{2} \pm\frac{\sqrt{29}}{2}$

$x = \frac{3+\sqrt{29}}{2}$ හෝ $x = \frac{3-\sqrt{29}}{2}$

$x = \frac{3+5.38}{2}$ හෝ $\frac{3-5.38}{2}$

$x = \frac{8.38}{2}$ හෝ $\frac{-2.38}{2}$

$\therefore x = 4.16$ හෝ -1.19

∴ සමීකරණයේ විසඳුම් $x = 4.16$ හෝ $x = -1.19$

අභ්‍යාසය 7

පහත දැක්වෙන වර්ගජ සමීකරණ වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳන්න.

($\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{6} = 2.45$, $\sqrt{17} = 4.12$ ලෙස ගන්න.)

(1) $x^2 - 10x - 2 = 0$ (2) $x^2 + 4x - 2 = 0$

(3) $x^2 + 4x - 8 = 0$ (4) $2x^2 + 5x + 1 = 0$

❖ සූත්‍රය භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණය විසඳීම.

a , b , හා c නියත් හා $a \neq 0$ වන $ax^2 + bx + c = 0$

වූ වර්ගජ සමීකරණය වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳමු.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

- ($a \neq 0$ නිසා සමීකරණය a වලින් බෙදීමෙන්)

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

- x පදයෙහි සංගුණකයේ හරි අඩක වර්ගය දෙපසටම එකතු කිරීමෙන්.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

- පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලිවීමෙන්.

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x - \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- මෙහි ධන හා ඍණ අගයන් දෙකට අනුරූපව x සඳහා අගයන් (මූල) දෙකක් ලැබේ.
- මෙහි a යනු x^2 පදයේ සංගුණකයද , b යනු x පදයේ සංගුණකයද , c යනු නියත පදයද වේ.

නිදසුන 1

$x^2 + 8x + 2 = 0$ සමීකරණය සූත්‍රය භාවිතයෙන් විසඳන්න.($\sqrt{14} = 3.74$ ලෙස ගන්න.)

$x^2 + 8x + 2 = 0$ සමීකරණයෙහි .

$a = 1 \quad b = 8 \quad c = 2$ ආදේශයෙන්

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \text{ x } 1}$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 8}}{2}$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{56}}{2}$

$x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{14}}{2}$

$x = -4 \pm \sqrt{14}$

$x = -4 \pm 3.74$

$x = -4 + 3.74$ හෝ $x = -4 - 3.74$

$x = -0.26$ හෝ $x = -7.74$

∴ සමීකරණයේ විසඳුම්

$x = -0.26$ හෝ $x = -7.74$ වේ.

නිදසුන 2

$2x^2 - 6x + 1 = 0$ සමීකරණය සූත්‍රය භාවිතයෙන් විසඳන්න. ($\sqrt{7} = 2.64$ ලෙස ගන්න.)

$2x^2 - 6x + 1 = 0$ සමීකරණයහි

$a = 2 \quad b = -6 \quad c = 1$ ආදේශයෙන්.

$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$X = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 8}}{4}$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{4}$

$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{4}$

$x = \frac{6 + 2\sqrt{7}}{4}$ හෝ $x = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{4}$

$x = \frac{6 + 2 \times 2.64}{4}$ හෝ $x = \frac{6 - 2 \times 2.64}{4}$

$x = \frac{6 + 5.28}{4}$ හෝ $x = \frac{6 - 5.28}{4}$

$x = \frac{11.28}{4}$ හෝ $x = \frac{0.72}{4}$

$x = 2.82$ හෝ $x = 0.18$

∴ සමීකරණයේ විසඳුම්

$x = 2.82$ හා $x = 0.18$ වේ.

අභ්‍යාසය 8

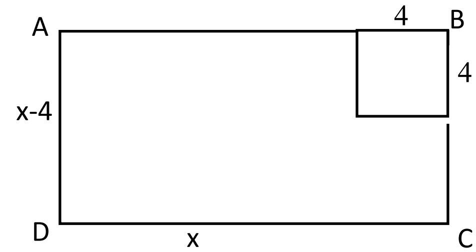
සූත්‍රය භාවිතයෙන් පහත සඳහන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳා, පිළිතුර ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට තබන්න.

($\sqrt{5} = 2.23$, $\sqrt{33} = 5.74$, $\sqrt{15} = 3.87$ ලෙස ගන්න.)

1) $x^2 - 4x - 1 = 0$ 2) $x^2 + x - 1 = 0$ 3) $2x^2 + 7x + 2 = 0$ 4) $3x^2 - 6x - 2 = 0$

නිදසුන

A B C D සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග ඒකක x ද පළල ඒකක x – 4 ද වේ. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වර්ග ඒකක 4×4 සමචතුරස්‍රාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කර ඇත. ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 55 වේ. X මඟින් $x^2 - 4x - 71 = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වා එය විසඳීමෙන් සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න. ($\sqrt{3} = 1.73$ ලෙස ගන්න.)



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = x(x-4)

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 4×4 = 16

සෘජුකෝණාස්‍රයේ ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය = සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය- සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

සෘජුකෝණාස්‍රයේ ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය = x (x-4) – 16

එබැවින්,

$x (x-4) - 16 = 55$

$x^2 - 4x - 16 - 55 = 0$

$x^2 - 4x - 71 = 0$

$x^2 - 4x = 71$

$x^2 - 4x + 4 = 71 + 4$

$(x - 2)^2 = 75$

$x-2 = \pm\sqrt{75}$

$x = 2 \pm 5\sqrt{3}$

$x = 2+5\sqrt{3}$ හෝ $X = 2-5\sqrt{3}$

$x = 2+5\times1.73$ හෝ $x = 2 - 5\times1.73$

$x = 2+8.65$ හෝ $x = 2-8.65$

$x = 10.65$ හෝ $x = -6.65$

දිගක් සඳහා සෘණ අගයක් ලැබිය නොහැක.

$x = -6.65 < 0$ බැවින්

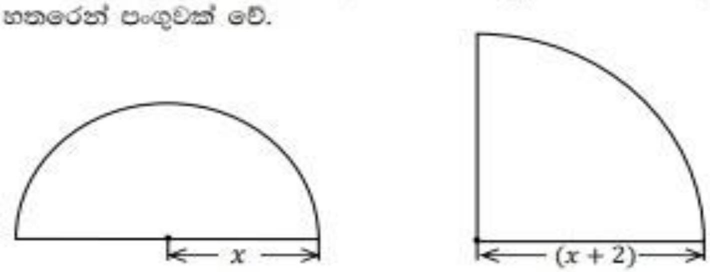
$x = 10.65$

∴ සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග ඒකක 11 වේ.

වර්ගජ සමීකරණ

පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න

1. පහත දැක්වෙන තල රූප දෙක පිළිවෙළින් අරය ඒකක x වූ වෘත්තයකින් අර්ධයක් හා අරය ඒකක $(x + 2)$ වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් පංගුවක් වේ.

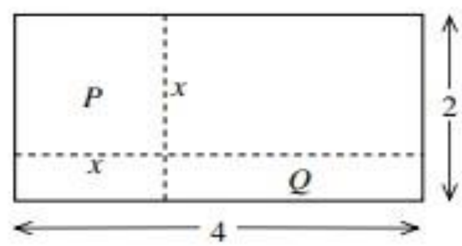


තල රූප දෙකෙහි වර්ගඵල සමාන නම්, x ඇසුරෙන් වර්ගජ සමීකරණයක් ගොඩනගා එය විසඳීමෙන් x හි අගය පළමු දශමස්ථානයට නිවැරදි ව සොයන්න. $\sqrt{2}$ හි අගය සඳහා 1.41 යොදා ගන්න.

(අරය r වන වෘත්තයක වර්ගඵලය πr^2 වේ.) (2017 - O/L)

---

2. දිග මීටර 4ක් හා පළල මීටර 2ක් වන සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවක්, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සෘජු කඩ ඉරි රේඛා දෙකක් ඔස්සේ කැපූ විට ලැබෙන P කොටස සමචතුරස්‍රාකාර වේ.



P කොටසේ පැත්තක දිග මීටර x ලෙස ගනිමු.

(i) රූපයේ Q ලෙස දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක්, x ඇසුරෙන් සොයන්න.

P හි වර්ගඵලය Q හි වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයකි.

(ii) $x^2 - 12x + 16 = 0$ බව පෙන්වන්න.

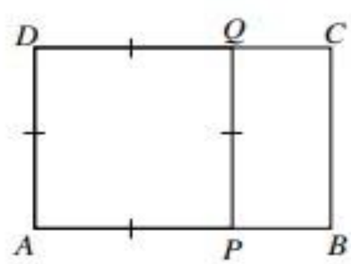
(iii) සූත්‍රය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $x = 6 \pm 2\sqrt{5}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $6 + 2\sqrt{5}$ අගය x සඳහා සුදුසු **නොවන** බව පෙන්වන්න.

(v) $\sqrt{5}$ හි අගය 2.24 ලෙස ගෙන x සඳහා සුදුසු අගය සොයන්න. (2016 – O/L)

---

3. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ $AB = 3x + 2\ cm$ ද $AD = x + 3\ cm$ ද වේ. $APQD$ සමචතුරස්‍රයක් බව දී ඇත.



(i) $PB = 2x - 1\ cm$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{AB}{AD} = \frac{PQ}{PB}$ බව දී ඇත. $5x^2 - 5x - 11 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(iii) සූත්‍රය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $x = \frac{5 \pm 7\sqrt{5}}{10}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) ඉහත (i) කොටසෙහි PB හි දිග සඳහා වන ප්‍රකාශනයෙහි $x = \frac{5 - 7\sqrt{5}}{10}$ විසඳුම ආදේශයෙන්, මෙම විසඳුම සුදුසු නොවන බව පෙන්වන්න. (2015 O/L)