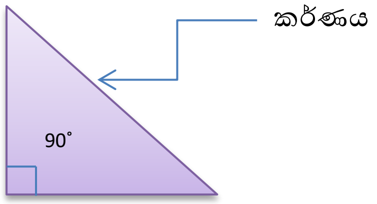
11 ශ්‍රේණිය - තුන් වන වාරය

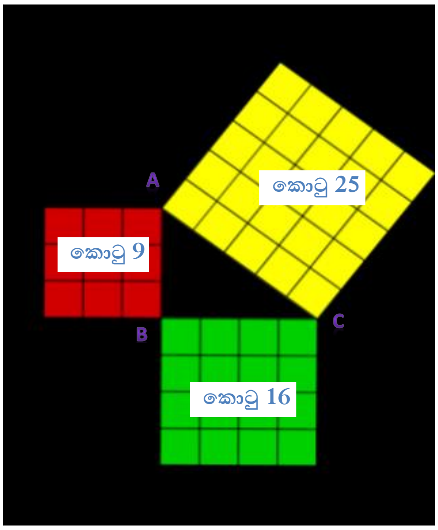
17.පයිතගරස් ප්‍රමේයය

- සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණයට ඉදිරියෙන් ඇති පාදය කර්ණය ලෙස හඳුන්වයි.



- ක්‍රි.පූ.හයවන සියවසේ ග්‍රීසියේ විසූ පයිතගරස් නම් ගණිතඥයා සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලය අතර සම්බන්ධතාවක් මුල්වරට ඉදිරිපත් කළේය.

පයිතගරස් ප්‍රමේයය



ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

AC පාදය මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = කොටු 25

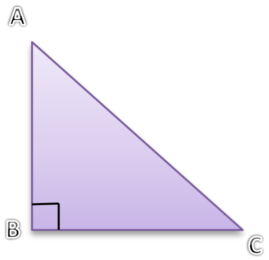
AB පාදය මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = කොටු 9

BC පාදය මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = කොටු 16

- එබැවින් ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ,සෘජුකෝණය අඩංගු පාද වන AB හා BC මත සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුව,කර්ණය වන AC මත පිහිටන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.

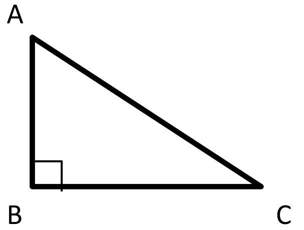
පයිතගරස් ප්‍රමේයය :-
සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය,සෘජුකෝණය අඩංගු ඉතිරි පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.

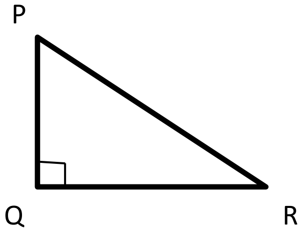
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය ඇසුරින් ගණනය කිරීම සඳහා පහත සම්බන්ධතාවය භාවිතා කරනු ලැබේ.

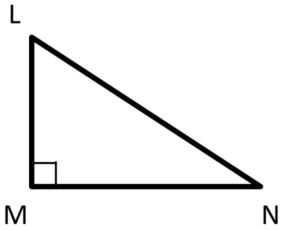


$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

- පහත දැක්වෙන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල පාද අතර ඇති පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය ලියා දක්වන්න.





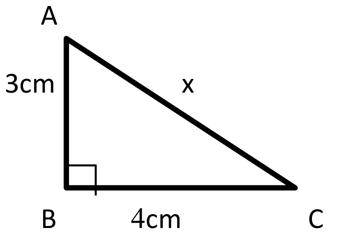


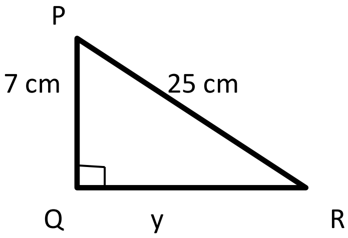
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

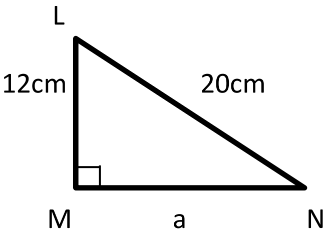
....

....

- පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණවල වීජීය අක්ෂර මගින් දැක්වෙන පාද වල දිග සොයන්න.







$x^2 = 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9$

$= 25$

$X = \sqrt{25}$

$X = 5$ cm

$25^2 = y^2 + 7^2$

$625 = y^2 + 49$

$625 - 49 = y^2$

$576 = y^2$

$\sqrt{576} = y$

24 cm $= y$

$20^2 = a^2 + 12^2$

$400 = a^2 + 144$

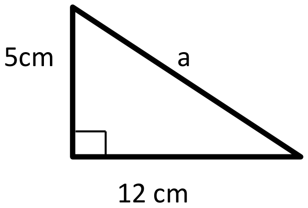
$400 - 144 = a^2$

$256 = a^2$

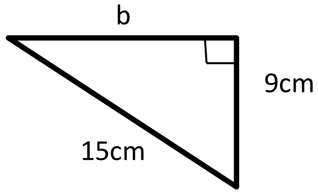
$\sqrt{256} = a$

16 cm $= a$

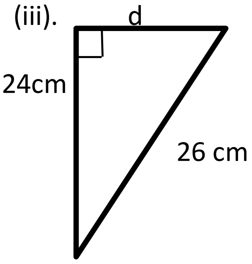
(i).



(ii).



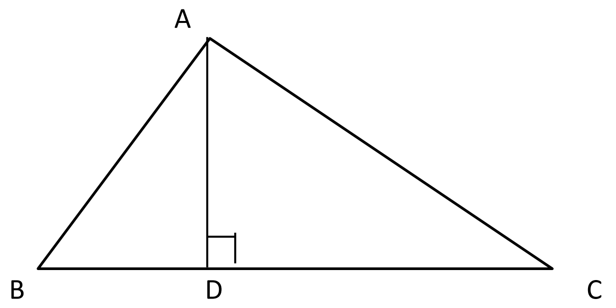
(iii).



(iv). මිනිසෙක් A නම් ස්ථානයෙන් ගමන් ආරම්භ කර උතුරු දිශාවට 30 m ක් ඇවිදගෙන ගොස් නැගෙනහිරට හැරී 40 m ක දුරක් ගමන් කර B නම් ස්ථානයට පැමිණ නවතී.සුදුසු දළ රූප සටහනක් ඇසුරින් A සහ B අතර දුර සොයන්න.

➢ . <u>**පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ භාවිතා කිරීම්**</u>

උදා :- පහත දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ AD උච්චයකි. $AB^2 + DC^2 = AC^2 + BD^2$ බව සාධනය කරන්න.



සාධනය :- ABD ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ —— (1)

ADC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්,

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ —— (2)

$AC^2 - DC^2 = AD^2$ (AD^2 උක්ත කිරීමෙන්)

AD^2 හි අගය (1) ට ආදේශයෙන්,

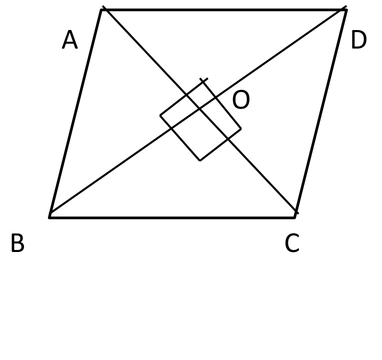
$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 = AC^2 - DC^2 + BD^2$ (දී ඇති පිළිතුර ලබා ගැනීමට සුදුසු සුළු කිරීම් සිදුකිරීමෙන්)

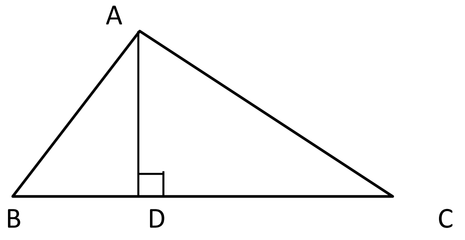
$AB^2 + DC^2 = AC^2 + BD^2$

- ඉහත ආකාරයට පහත ගැටලු සාධනය කරන්න.

(01) ABCD චතුරස්‍රයේ විකර්ණ හි දී සෘජුකෝණීව ඡේදනය වේ. $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ බව සාධනය කරන්න.



(02) ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ සුළු කෝණයකි. A සිට BC ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය D වේ.
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 BC.BD$ බව සාධනය කරන්න.



➢ <u>පයිතගරස් ත්‍රිත්ව</u>

- සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණයේ දිග c ද අනෙක් පාද වල දිග පිළිවෙලින් a හා b ලෙස ද වූ විට පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව $c^2 = a^2 + b^2$ වේ.

- මෙම සමීකරණය තෘප්ත කරන a , b හා c අගයන් **<u>පයිතගරස් ත්‍රිත්ව</u>** ලෙස හඳුන්වයි.

උදා :-

(3 , 4 , 5)	(5 , 12 , 13)	(8 , 15 , 17)
$3^2 + 4^2 = 5^2$	$5^2 + 12^2 = 13^2$	$8^2 + 15^2 = 17^2$
9 + 16 = 25	25 + 144 = 169	64 + 225 = 289
25 = 25	169 = 169	289 = 289

- පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක ඕනෑම ගුණාකාරයක් ද පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

උදා :- (3 , 4, 5) ⟶ (6 , 8 ,10) ⟶ (9 ,12 , 15)

(5 , 12, 13) ⟶ (10 , 24 ,26) ⟶ (15 ,36 , 39)

(8 , 15 , 17) ⟶ (16 , 30 ,34) ⟶ (24 ,45 , 51)

- පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් ලබා ගැනීම සඳහා යුක්ලීඩ් නම් විද්‍යාඥයා විසින් පරාමිතික සමීකරණයක් හඳුන්වා දී ඇත.එම ත්‍රිත්ව සොයාගන්නා ආකාරය පහත වගුවේ දැක්වේ.

X	Y	X^2	Y^2	a	b	c	පයිතගරස් ත්‍රිත්වය
				$x^2 - y^2$	2xy	$x^2 + y^2$	
2	1	4	1	3	4	5	(3,4,5)
5	3	25	9	16	30	34	(16 , 30,34)
6	4						
7	5						