සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

சபரகமுவ மாகாண கல்வித் திணைக்களம்

Sabaragamuwa Provincial Department of Education

සතුටින් ගණිතය

සංයුක්ත ගණිතය - II - i

දෛශික

01 සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{i} + (1-\alpha)\,\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

(i) $|\mathbf{a}|$ හා $|\mathbf{b}|$,

(ii) α ඇසුරෙන් $\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$ හා $\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}$

සොයන්න.

$\mathbf{a}$ හා $\mathbf{c}$ අතර කෝණය $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ අතර කෝණයට සමාන නම්, $\alpha = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(2016)

---

02 සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

$A\hat{O}C = \theta$ යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$ සැලකීමෙන් $\cos\theta = \frac{4}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(2014)

---

03 $\alpha > 0$ හා සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ හා $\alpha\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $AC : CB = 1 : 2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. AB ට OC ලම්බ යැයි දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

(2020)

---

04 සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} - \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \frac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \frac{1}{3}AB$ වන පරිදි වූ C හා D ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

(2019)

---

05 සුපුරුදු අංකනයෙන්, $3\mathbf{i}$ හා $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $O\hat{C}A = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි OB සරල රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(2018)

---

06 සුපුරුදු අංකනයෙන්, $-\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $2\alpha\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha (>0)$ නියතයකි. අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන්, $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

C යනු $OACB$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය y-අක්ෂය දිගේ පිහිටයි නම්, α හි අගය සොයන්න.

(2017)

07 සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\lambda\mathbf{i}+\mu\mathbf{j}$ හා $\mu\mathbf{i}-\lambda\mathbf{j}$ වේ; මෙහි λ හා μ යනු $0<\lambda<\mu$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $A\hat{O}B$ සෘජු කෝණයක් බව පෙන්වන්න. AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකයේ විශාලත්වය 2 නම් හා එය $\mathbf{i}$ ඒකක දෛශිකය සමග $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදයි නම්, λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

(2015)

---

08 සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{i}+\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු A හරහා OB ට සමාන්තර සරල රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = (1+\lambda)\,\mathbf{i}+\lambda\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වේ. OB ට BC ලම්බ වන පරිදි වූ λ හි අගය සොයන්න.

(2013)

---

09 $\mathbf{a}=\mathbf{i}+\sqrt{3}\mathbf{j}$ වේ; මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ට සුපුරුදු අර්ථ ඇත. $\mathbf{b}$ යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ සහිත දෛශිකයකි. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම්, $\mathbf{b}$ යන්න $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$, ආකාරයෙන් සොයන්න; මෙහි $x(<0)$ හා y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

(2012)

---

10 $-2\mathbf{p}+5\mathbf{q}$, $7\mathbf{p}-\mathbf{q}$ හා $\mathbf{p}+3\mathbf{q}$ යනු අචල O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\mathbf{p}$ හා $\mathbf{q}$ යනු සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් වේ. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව පෙන්වා, C ලක්ෂ්‍යය AB බෙදන අනුපාතය සොයන්න.

(2011)

---

11 O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A , B , C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{i}+2\underline{j}$, $3\underline{i}-\underline{j}$, $-\underline{i}+5\underline{j}$ වේ. A , B , C ලක්ෂ්‍ය තුන ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න. CA : AB සොයන්න.

---

12 O , A , B හා C වූ කලී $\overrightarrow{OA}=4\underline{a}$, $\overrightarrow{OB}=2\underline{b}$, $\overrightarrow{OC}=5\underline{b}-6\underline{a}$ වන සේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය හතරකි. A , B , C ලක්ෂ්‍ය, ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න. CB : BA සොයන්න.

---

13 $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු $|\underline{a}|=4$ හා $|\underline{b}|=3$ ද $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය 60^0 ද වන සේ වූ දෛශික දෙකකි. පහත ඒවා සොයන්න.

(i) $|\underline{a}+\underline{b}|$

(ii) $|\underline{a}+2\underline{b}|$

(iii) $|2\underline{a}+\underline{b}|$

(iv) $|2\underline{a}+3\underline{b}|$

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

14 $|\underline{a}| = 1$ හා $|\underline{b}| = 2$ වන පරිදි වූ $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙක, එකිනෙක ලම්බ වේ නම්, පහත ඒවා සොයන්න.

(i) $|\underline{a} - \underline{b}|$

(ii) $|3\underline{a} - 2\underline{b}|$

---

15 සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $4\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ වේ. මෙහි λ හා μ ධන නියත වේ. $OABC$ චතුරස්‍රයේ විකර්ණ දිගින් සමාන හා එකිනෙකට ලම්බ වේ. $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ ලියා දක්වන්න. අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන් $\lambda = 4$ හා $\mu = 3$ බව පෙන්වන්න.

---

16 $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ද $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ ද වේ. මෙහි λ, μ තාත්ත්වික නියත ද $\mu > 0$ ද $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ සුපුරුදු ඒකක දෛශික ද වේ. $|\boldsymbol{b}| = 1$ සහ $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික දෙක එකිනෙකට ලම්බ නම්, λ සහ μ නියත සොයන්න.

---

17 Q යනු OAB ත්‍රිකෝණයේ AB පාදය ත්‍රිච්ඡේදනය කරන සේ B ට වඩාත් සමීපව AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයයි. P යනු $OP : OQ = 2 : 5$ වන පරිදි OQ මත වූ ලක්ෂ්‍යයයි. දික් කරන ලද AP රේඛාවට R හිදී OB පාදය හමුවේ. $\mathbf{OP} = \frac{2}{15}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ බව පෙන්වා, $\mathbf{AP}$ යන්න $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. මෙහි $\mathbf{a}$ සහ $\mathbf{b}$ යනු O ට සාපේක්ෂව පිළිවෙළින් A හි සහ B හි පිහිටුම් දෛශික වේ.

$\mathbf{OA} + k\mathbf{AP}$ යන්න $\mathbf{a}$ ගෙන් ස්වායත්ත වන පරිදි k අදිශයට ගත හැකි අගය සොයන්න.

R හි පිහිටුම් දෛශිකය වන $\mathbf{r}$ යන්න $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කිරීමෙන් $OR : OB = 4 : 13$ බව පෙන්වන්න.

---

18 O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශිකය පිළිවෙළින් $2i + 3j$ හා $i + j$ වේ. මෙහි i හා j යනු සුපුරුදු ලෙස OX, OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික වේ.

a. $A\hat{O}B$ කෝණය සොයන්න.

b. C හි පිහිටුම් දෛශිකය $-2i + j$ නම් $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AB}$ ට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව