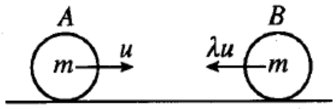
සතුටින් ගණිතය

සංයුක්ත ගණිතය - II - i | ගැටුම් ආවේගය ආතතිය

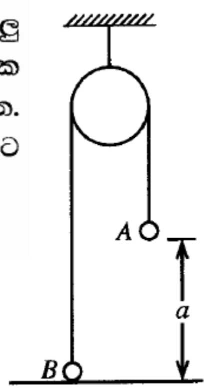
01 එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත එකම සරල රේඛාවේ එහෙත් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හි හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් u හා λu වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු A හි ප්‍රවේගය සොයා $\lambda > \frac{1}{3}$ නම්, A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.



(2020)

---

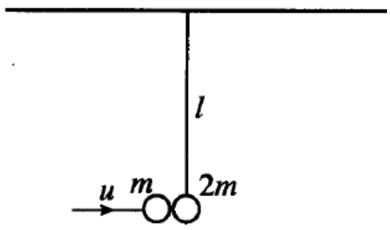
02 එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි A අංශුව තිරස් ගෙබිමක සිට a උසකින් ඇතිවද B අංශුව ගෙබිම ස්පර්ශ කරමින් ද සමතුලිතතාවයේ පිහිටා ඇත. දැන්, A අංශුවට සිරස්ව පහළට mu ආවේගයක් දෙනු ලැබේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු A අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
A ට ගෙබිම වෙත ළඟා වීමට ගතවන කාලය ලියා දක්වන්න.



(2020)

---

03 දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් තිරස් සිවිලිමක නිදහසේ එල්ලා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී. u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවකින් චලිතය වන ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක්, P අංශුව සමග ගැටී එයට හා වේ. ගැටුමට පසුව ද තන්තුව තදව පවතින අතර සංයුක්ත අංශුව සිවිලිමට යාන්තමින් ළඟා වේ. $u = \sqrt{18gl}$ බව පෙන්වන්න.



(2020)

---

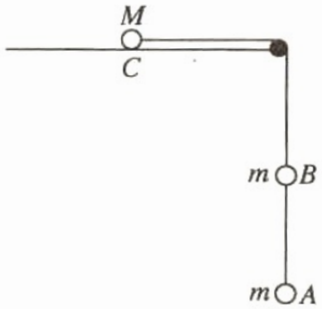
04 එක එකක ස්කන්ධය m වූ A, B හා C අංශු තුනක් එම පිළිවෙළින්, සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇත. A අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි ය. A අංශුව සමග ගැටුන පසු, B අංශුව චලනය වී C අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසුව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B හා C අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය ද e වේ. B සමග ගැටුමෙන් පසුව C හි ප්‍රවේගය ලියා දක්වන්න.

(2019)

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

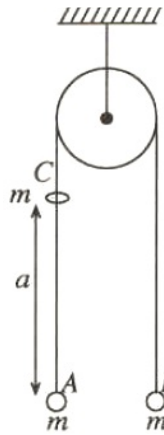
05 රූපයෙහි A, B හා C යනු ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, m හා M වූ අංශු වේ. A හා B අංශු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ C අංශුව, මේසයේ දාරයට සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යන තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් B ට ඇඳා ඇත. අංශු හා තන්තු සියල්ලම එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු නොබුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(2019)

---

06 එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇඳා සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. A ට සිරස්ව a දුරක් ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m ම වූ C කුඩා පබළුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී A සමග ගැටී හා වේ. (රූපය බලන්න.) A හා C අතර ගැටුම සිදු වන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ඉහත ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



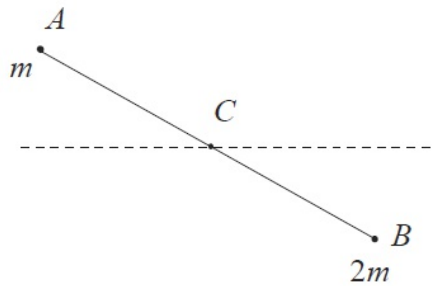
(2019)

---

07 ස්කන්ධ m හා λm වූ අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත පිළිවෙළින් u හා $\frac{2u}{3}$ වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ඒවායේ සරල ගැටුමෙන් අනතුරුව අංශු සමාන $\frac{u}{2}$ වේගවලින් එකිනෙකින් ඉවතට චලනය වන බව දී ඇත. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{3}{5}$ බවත් λ හි අගය $\frac{9}{7}$ බවත් පෙන්වන්න.

---

08 දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු AB දණ්ඩක A හා B දෙකෙළෙවරට පිළිවෙළින් ස්කන්ධ m හා $2m$ වූ අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර ඇත. දණ්ඩේ C මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර තිරස් පිහිටීමක අල්වා තබා නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. (රූපය බලන්න.) ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් දණ්ඩ තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට එක් එක් අංශුවේ v වේගය $v^2 = \frac{2ga}{3}\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.



---

09 සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ එකිනෙක දෙසට එකම u වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A අංශුව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ බව ද ගැටුම නිසා B මත යෙදෙන ආවේගයෙහි විශාලත්වය $2mu$ බව ද පෙන්වන්න.

(2018)

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

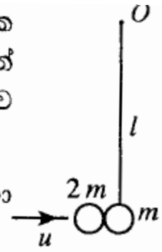
10 ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට, සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත වූ එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු, P අංශුව v වේගයෙන් හා Q අංශුව u වේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. $\lambda = 1$ බව පෙන්වා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

(2017)

---

11 එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසන ලද දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සමතුලිතව එල්ලෙයි. ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් අංශුවක් u ප්‍රවේගයකින් තිරස් ව පළමු අංශුව සමග ගැටී එය සමග හාවේ. සංයුක්ත අංශුව චලිතය අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

$u = \sqrt{gl}$ නම්, සංයුක්ත අංශුව එහි ආරම්භක මට්ටමෙන් ඉහළට $\frac{2l}{9}$ උපරිම උසක් කරා ළඟා වන බව පෙන්වන්න.



(2016)

---

12 රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් $5u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු ව, P හා Q **එකිනෙකින් ඉවතට** පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් චලනය වේ. u ඇසුරෙන් v සොයා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(2016)

---

13 ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල කුඩා සැහැල්ලු සුමට C කප්පියක් උඩින් යන $2l$ දිගකින් යුතු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇත. එක් එක් අංශුව C ට l ගැඹුරකින් අල්ලා තබා පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙහි නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. **ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,** එක් එක් අංශුව $x(< l)$ දුරක් චලනය වී ඇති විට එක් එක් අංශුවෙහි v වේගය, $v^2 = \frac{2gx}{3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **ඒනයින්,** හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, පද්ධතියේ ත්වරණය සොයන්න.

(2015)

---

14 සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතින ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, P හි පෙතෙහි නිසලව තිබෙන m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\,(0 < e < 1)$ නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේගවල එකතුව හා අන්තරය සඳහා ප්‍රකාශන, u හා e ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. **ඒනයින්,** හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ගැටුමට පසු පද්ධතියේ ඉතිරි වන චාලක ශක්තිය, මුල් චාලක ශක්තියට දරන අනුපාතය $\left(1+e^2\right):2$ බව පෙන්වන්න.

(2015)

---

15 ස්කන්ධය $2m$ බැගින් වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර තන්තුව සුමට අචල කප්පියක් මතින් යවා ඇත. පද්ධතිය ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ එල්ලෙමින් සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ තන්තුව තදව කප්පිය හා නොගැටෙන තන්තු කොටස් සිරස් වන පරිදි ය. P අංශුවේ සිට h උසක තිබී සීරුවෙන් මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m වන තවත් අංශුවක් P හා ගැටී බද්ධ වී ගමන් අරඹයි. පද්ධතිය චලිතය ආරම්භ වන ප්‍රවේගය හා ගැස්සීම හේතුකොටගෙන තන්තුවේ ඇතිවන ආවේගි ආතතිය සොයන්න.

16 ස්කන්ධය m, km වන සමාන සුමට ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝල දෙකක් පිළිවෙළින් $5u$, u ප්‍රවේගවලින් සුමට තිරස් තලයක ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා ඔස්සේ ගමන් කර සරලව ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝල දෙකෙහි ප්‍රවේග ඒවායේ මුල් ප්‍රවේගවල විශාලත්වයෙන් හරි අඩක් වන අතර දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ. k හි අගය, ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සහ ගැටුම නිසා ගෝලයක් මත ඇතිවන ආවේගය සොයන්න.

---

17 $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක $AB = 4a$ ද $BC = 3a$ ද වේ. ස්කන්ධ m බැගින් වන අංශු හතරක් සෘජුකෝණාස්‍රයේ ශීර්ෂවල නිසල ව තබා AB, BC, CD, DA සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු හතරක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. සියලුම තන්තු ඇදී පවතී. A අංශුවට CA දිශාවට I ආවේගයක් ලබාදුන් විට, එක් එක් අංශුව චලිතය අරඹන ප්‍රවේග සොයන්න.

---

18 සුමට තිරස් මේසයක් මත u වේගයෙන් ගමන් කරන ස්කන්ධය m වන සුමට ගෝලයක් නිසලව ඇති සමාන අරයකින් යුත් එහෙත් ස්කන්ධය M වන ගෝලයක් සමග සරලව ගැටේ. ගැටුමේදී චාලක ශක්තියෙන් හරි අඩක් හානි වේ නම්, $e < \frac{1}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

---

19 **ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත, u වේගයෙන් සිරස් බිත්තියක් දෙසට, බිත්තියට ලම්බ සරල රේඛාවක චලනය වේ. බිත්තිය සමග ගැටීමට පෙර P අංශුව, එහි පෙතෙහි නිශ්චලව ඇති එම ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙන අතර, Q අංශුව ඉන්පසුව බිත්තියේ ගැටී පොලා පනී. ගැටුම් දෙක ම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ වේ. Q අංශුව මත බිත්තියෙන් ඇති කරන ආවේගය $\frac{1}{2}(1+e)^2 mu$ බව පෙන්වන්න.**

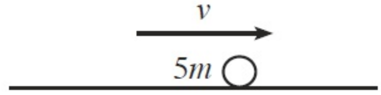
(2014)

---

20 මිනිසෙක් ඔහුගේ පාමුලට h සිරස් උසකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට, තිරස් සහ සිරස් ප්‍රවේග සංරචක පිළිවෙළින් u සහ v වන පරිදි බෝලයක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කරයි. බෝලය ඔහුගේ පාමුල සිට d තිරස් දුරකින් පිහිටි සුමට සිරස් බිත්තියක එයට ලම්බව ගැටී පොලා පැන, මිනිසාගේ පාමුලට පැමිණේ. $2ghe^2 = v^2\left(1-e^2\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු බෝලය සහ බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකයයි.

---

21 ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසල ව ඇත. එක එකක ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා $2u$ වේගවලින්, නිසල ව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමග එකවිට ගැටී හා වේ. ගැටුම්වලට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා, ගැටුම් නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{23}{5}mu^2$ බව පෙන්වන්න.



(2013)

---

22 ස්කන්ධය 3m වූ සුමට A ගෝලයක් සුමට තිරස් තලයක් මත 4v ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛාවක චලිත වෙයි. සමාන තරමේ B නම් ස්කන්ධය 2m වූ සුමට ගෝලයක් ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට එම සරලරේඛාව ඔස්සේ 3v ප්‍රවේගයෙන් චලිත වෙමින් සරලව ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A ගෝලය නිසලවේ. B හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත්‍ය වන බව පෙන්වන්න. ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

23 සුමට තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි, ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පනී. ගැටීම නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පනින බව පෙන්වන්න.

(2012)

---

24 ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O නම් ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. සිරස් තලයක අංශුව නිදහස් ලෙස එල්ලෙමින් පවතින විට සිරස් තලයේ OP ට ලම්බව $\sqrt{2gl}$ ප්‍රවේගයක් අංශුවට දෙනු ලැබෙයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොදගනිමින්, OP යටි අත් සිරස සමඟ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.

(2012)

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව