සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
சபரகமுவ மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
Sabaragamuwa Provincial Department of Education

සතුටින් ගණිතය

සංයුක්ත ගණිතය - I - i | **අවකලනය**

01 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ඉලිප්සයට එය මත $P\equiv(5\cos\theta,\ 3\sin\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙහි සමීකරණය $5\sin\theta\, x-3\cos\theta\, y=16\sin\theta\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ඉලිප්සයට එය මත $\left(\frac{5}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්බ රේඛාවේ $y-$අන්තඃඛණ්ඩය සොයන්න.

(2020)

---

02 C යනු $t\in\mathbb{R}$ සඳහා $x=at^2$ සහ $y=2at$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන පරාවලය යැයි ගනිමු; මෙහි $a\neq 0$ වේ.

C පරාවලයට $(at^2,2at)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙහි සමීකරණය $y+tx=2at+at^3$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C පරාවලය මත $P\equiv(4a,4a)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙන් පරාවලය නැවත $Q\equiv(aT^2,2aT)$ ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වේ. $T=-3$ බව පෙන්වන්න.

(2019)

---

03 $P\equiv(4\cos\theta,\ 3\sin\theta)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ඉලිප්සයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\frac{x}{4}\cos\theta+\frac{y}{3}\sin\theta=1$ බව පෙන්වන්න.

P හිදී ඉහත ඉලිප්සයට අඳිනු ලබන අභිලම්බය $\left(0,-\frac{7}{6}\right)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ හි අගය සොයන්න.

---

04 $\frac{\pi}{2}<t<\pi$ සඳහා $x=\ln\left(\tan\frac{t}{2}\right)$ හා $y=\sin t$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ.

$\frac{dy}{dx}=\cos t\sin t$ බව පෙන්වන්න.

$t=\frac{2\pi}{3}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී C වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශ රේඛාවෙහි අනුක්‍රමණය $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(2018)

---

05 C වක්‍රයක්, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ සඳහා $x=3\cos\theta-\cos^3\theta,\ y=3\sin\theta-\sin^3\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ.

$\frac{dy}{dx}=-\cot^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -1 වන පරිදි C වක්‍රය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(2017)

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

06 $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ සඳහා $x=3\sin^2\frac{\theta}{2}$, $y=\sin^3\theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}=\sin 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

C මත වූ P ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය $\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ නම්, P ට අනුරූප θ පරාමිතියෙහි අගය සොයන්න.

(2016)

---

07 $x=t^2$, $y=at^3-t^2$ සමීකරණ මගින් වක්‍රයක් අර්ථ දැක්වෙයි. මෙහි $a\in R^+$ වේ. වක්‍රය මත $t=1$ හා $t=-1$ මගින් දෙනු ලබන ලක්ෂ්‍යවලදී අඳිනු ලබන ස්පර්ශක එකිනෙකට ලම්බ නම්, a හි අගය සොයන්න.

---

08 තාත්ත්වික θ පරාමිතියක් ඇසුරෙන්, xy-තලයේ C වක්‍රයක් $x=2+\cos 2\theta$, $y=4\sin\theta$ යන සමීකරණ මගින් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ ව්‍යුත්පන්නය θ ඇසුරෙන් සොයා, $\theta=\frac{\pi}{4}$ වන ලක්ෂ්‍යයෙහි දී C වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $x-\sqrt{2}y+2=0$ බව පෙන්වන්න.

(2015)

---

09 වක්‍රයක් $x=t(1-t)^2$, $y=t^2(1-t)$ යන සමීකරණ මගින් දී තිබේ. මෙහි t යනු තාත්වික පරාමිතියකි. $T\neq 1, \frac{1}{3}$ වන $\left(T(1-T)^2, T^2(1-T)\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී මෙම වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $\frac{T(2-3T)}{(1-T)(1-3T)}$ ලෙස ගෙන, $t=\frac{1}{2}$ වන ලක්ෂ්‍යයේදී මෙම වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $4x+4y-1=0$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, මෙම වක්‍රය සම්පූර්ණයෙන්ම ඉහත ස්පර්ශකයේ එකම පැත්තක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

---

10 $x=e^t+e^{-t}$, $y=e^t-e^{-t}$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි t යනු තාත්ත්වික පරාමිතියකි. t ඇසුරෙන් $\frac{dy}{dx}$ සොයා, $t=\ln 2$ ට අනුරූප ව C මත වූ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශ රේඛාවේ සමීකරණය $5x-3y-8=0$ බව පෙන්වන්න.

(2014)

---

11 වක්‍රයක් $x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y=\frac{2t}{1+t^2}$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් දී තිබේ. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. $(0, 1)$ ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප t හි අගය සොයා, එම ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය, x – අක්ෂයට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

---

12 $x=2\cos\theta$, $y=2\sin\theta$, මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta=\frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta=\alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha-8\cos\alpha+3\sqrt{2}=0$ බව පෙන්වන්න.

(2013)

---

13 $t\in R$ සඳහා $x=e^t(1+t^2)$ හා $y=e^t(1-t^2)$ මගින් C වක්‍රයක් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. $t\neq -1$ සඳහා $\frac{dy}{dx}=-\frac{(t^2+2t-1)}{(t+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

C වක්‍රයට, එය මත p = (1 , 1) ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ ස්පර්ශ රේඛාවෙහි සමීකරණය සොයන්න.

14 C නම් වක්‍රයක් $y=4-4x+3x^2-x^3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබෙයි. C වක්‍රයට $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2=4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

(2012)

---

15 වක්‍රයක් $x=3t,\ y=\frac{3}{t}$ මගින් දෙනු ලැබෙයි; මෙහි t යනු නිශ්-ශූන්‍ය පරාමිතියකි. වක්‍රයට, $\left(3t, \frac{3}{t}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x+t^2y=6t$ බව පෙන්වන්න.

t විචලනය වන විට, ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා මෙම ස්පර්ශකය මගින් සපර්යන්ත ත්‍රිකෝණාකාර පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය නියතයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

(2011)

---

16 $-\frac{\pi}{4} < t < \frac{3\pi}{4}$ සඳහා $x = 2t - \cos 2t$ හා $y = 1 - \sin 2t$ මගින් පරාමිතිකව C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ යන්න t ඇසුරෙන් සොයන්න.

C වක්‍රයට එය මත $t = \frac{\pi}{12}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය $6\sqrt{3}\,x - 6y - \sqrt{3}\pi + 12 = 0$ බව පෙන්වන්න.

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව