

සතුවින් ගණිතය

සංයුක්ත ගණිතය - I - i

අනුකලනය

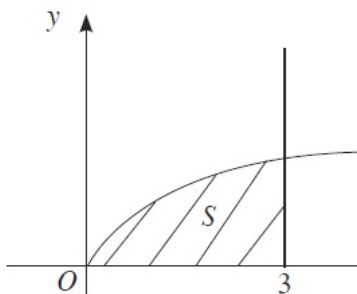
- 01 $y = \frac{e^x}{1+e^x}$, $x=0$, $x=\ln 3$ හා $y=0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x -අක්ෂය වටා රේඛීයන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{4}(4\ln 2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(2020)

- 02 $y = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}}$, $x=0$, $x=1$ හා $y=0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x -අක්ෂය වටා රේඛීයන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{4}(\pi + \ln 4)$ බව පෙන්වන්න.

(2019)

- 03 $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$ වක්‍රයෙන් ද $x=3$ සරල රේඛාව හා x -අක්ෂය මගින් ද ආවෘත වූ පෙදෙස S යැයි ගනිමු (රූපය බලන්න). x -අක්ෂය වටා රේඛීයන 2π වලින් S භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $3\pi\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.



- 04 $\tan^{-1}\left[\frac{5}{3} \tan\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{4}{3}\right]$ හි x විෂයෙහි අවකලනය කරන්න. ඒ නයින්, $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$ සොයන්න.

- 05 $y = e^{2x}$, $y = e^{3-x}$, $x=0$, $x=3$ හා $y=0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය, වර්ග ඒකක $\frac{3}{2}(e^2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(2018)

- 06 $0 < a < b$ යැයි ගනිමු. $\frac{d}{dx} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}} \cos x\right) = -\frac{\sqrt{b-a} \sin x}{\sqrt{a \cos^2 x + b \sin^2 x}}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \frac{\sin x}{\sqrt{a \cos^2 x + b \sin^2 x}} dx$ සොයන්න.

(2017)

07 $y = x^2$ හා $y = 2x - x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(2016)

08 $y = (x - 2)^2$ හා $y = 4 - 2x$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර එකම බිණ්ඩාක තලයේ අඳින්න. එම ප්‍රස්ථාරවලින් වටවූ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{4}{3}$ ක් බව පෙන්වන්න.

09 එක ම රූප සටහනක $y = e^x$ හා $y = e^{-x}$ වක්‍ර දෙකෙහි දළ සටහන් අඳින්න. x -අක්ෂයෙන් ද $-1 \leq x \leq 0$ පරාසය තුළ $y = e^x$ වක්‍රයෙන් හා $0 \leq x \leq 1$ පරාසය තුළ $y = e^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද ආවෘත වන පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $2\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(2015)

10 $\frac{d}{dx} \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ සොයා, ඒ නයින් $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2 + 4}} dx$ ලබාගන්න. මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

11 $y = 2x$ සරල රේඛාවෙන් හා $y = x^2$ වක්‍රයෙන් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(2014)

12 $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $a \in \mathbb{R}^+$ වේ.

ඒ නයින්, $a \neq 1$ වන විට $\int \frac{a^x}{1 + a^x} dx$ සොයන්න.

13 $\frac{d}{dx} \left\{ x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right\} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$ සොයන්න.

(2013)

14 $\int_{-2}^2 |x + 1| dx$ අගය සොයන්න.

15 $2e^x + 3e^{-x} = A(2e^x - e^{-x}) + B(2e^x + e^{-x})$ වන අයුරින් A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int \frac{2e^x + 3e^{-x}}{2e^x + e^{-x}} dx$ සොයන්න.

(2012)

16 $\frac{d}{dx} \{ e^{2x} (A \sin 3x + B \cos 3x) \} = 13e^{2x} \sin 3x$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int e^{2x} \sin 3x dx$ සොයන්න.

(2011)