නියැදි ක්‍රම

සම්භාවිතාව

සංඛ්‍යාන නිමානය හා

සංඛ්‍යාන කල්පිත පරීක්ෂාව

සමාජීය විද්‍යා හා භාෂා පීඨය - ආර්ථික විද්‍යා හා සංඛ්‍යාන අධ්‍යයන අංශය

සබරගමුව විශ්ව විද්‍යාලය

ලේඛක මණ්ඩලය

එම්.ඩබ්ලිව්.එස්.එන්.සිල්වා

එම්.එච්.සී.යූ.සෙව්වන්දි

කේ.ටී.නිරංජලා

පී.ඒ.එන්.සී.දසනායක

අයි.ආර්.විජයසිංහ

ඒ.එම්.ජයසේකර

පරිගණක නිර්මාණකරණය

ඩබ්ලිව්.එල්.ඒ.බී.ලක්මාලි

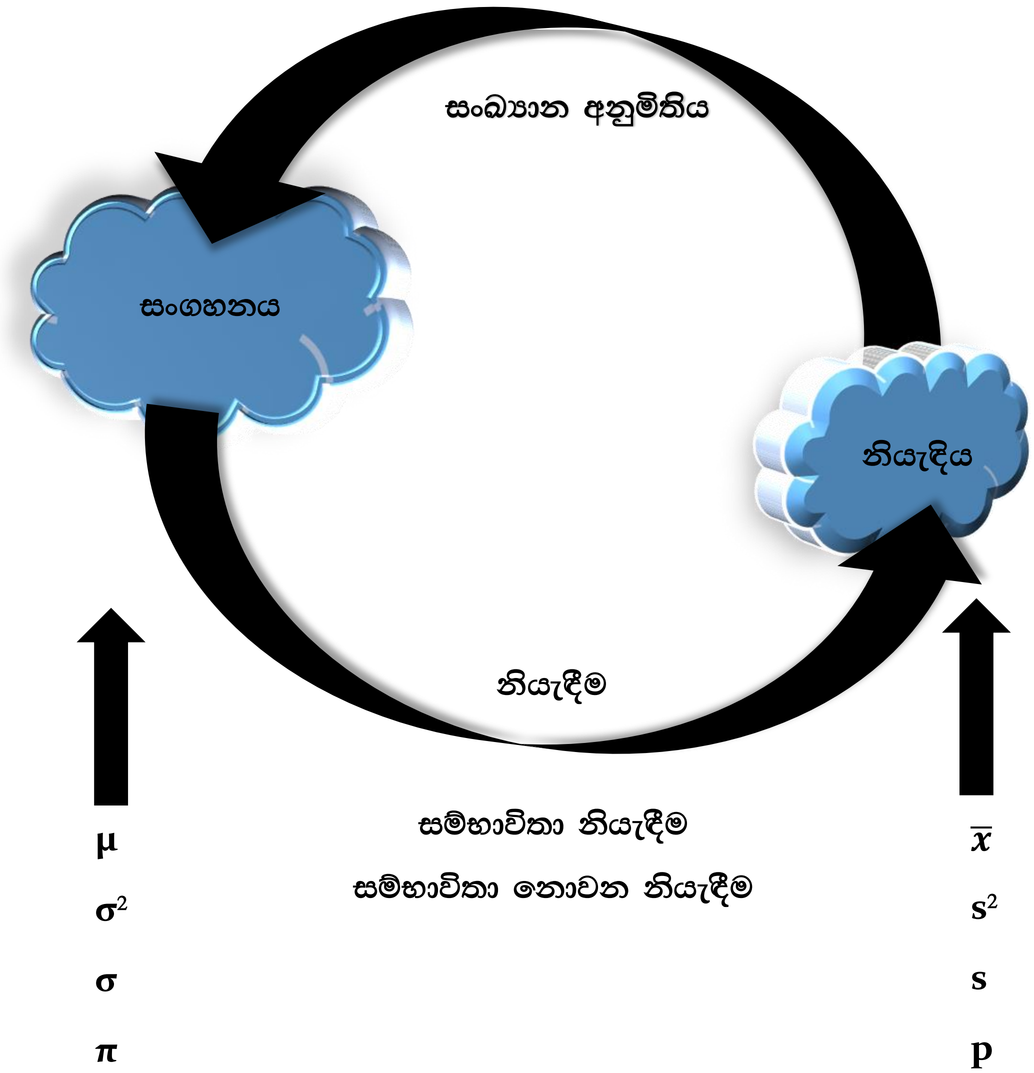
ව්‍යාපාරික තීරණ ගැනීමට අවශ්‍ය දත්ත රැස් කිරීම සඳහා යෝග්‍ය නියැදි ක්‍රම භාවිතා කරයි

සංගණනයක් කිරීම මගින් සංගහනය පිළිබඳ නිගමනවලට එළඹීම පහසු කාර්යයක් හෝ කළහැකි කාර්යයක් නොවේ. එය සංකීර්ණ ක්‍රියාවලියකි. එම නිසා සංගහනයකින් නියදියක් තෝරාගෙන එම නියදිය අධ්‍යනය කිරීම මගින් සංගහනය පිළබඳ නිගමනවලට එළඹීම සිදුකරනු ලබයි. මෙය **සංඛ්‍යාන අනුමිතියයි.**

එලෙස සංගහනයකින් නියදියක් තෝරාගැනීමේ ක්‍රියාවලිය **"නියැදීම"** වේ. සමස්ථයක් නියෝජනය වන ලෙස සුළු කොටසක් තෝරාගැනීම වේ.

සංගහනය යනු අධ්‍යනයට භාජනය කළ යුතු වස්තූන්, පුද්ගලයින් හෝ ද්‍රව්‍ය සමූහයයි (අධ්‍යයනයකදී සැලකිල්ලට ගනු ලබන සියලු ඒකකයන්ගෙන් යුක්ත කුලකයයි).

සංගහනයකින් සංගහනය නියෝජනය වන ලෙස තෝරාගත් සුළු කොටසක් නියැදිය වේ.



පරාමිතීන්

- සංගහනය සඳහා අර්ථ දක්වන ලද සංඛ්‍යාත්මක මිනුම් පරාමිතීන් වේ.
- ඇස්තමේන්තු කර ලබාගන්නා මිනුමකි.
- මෙය නියතයකි.
- සංගහන මධ්‍යනයය μ
- සංගහන විචලතාව σ^2
- සංගහන සම්මත අපගමනය σ
- සංගහන සමානුපාතය π

සංඛ්‍යාති

- නියැඳිය සඳහා අර්ථදක්වන ලද සංඛ්‍යාත්මක මිනුම් සංඛ්‍යාතීන් වේ.
- ගණනය කර ලබාගන්නා මිනුමකි.
- මෙය සසම්භාවී විචල්‍යකි.
- නියදි මධ්‍යනයය $\bar{x}$
- නියදි විචලතාව s^2
- නියදි සම්මත අපගමනය s
- නියදි සමානුපාතය p

නියැදි සමීක්ෂණය

කිසියම් අධ්‍යනයක් සඳහා මුළු සංගහනයම යොදානොගෙන එයින් ලබාගත් නියැදියේ ඒකක පමණක් භාවිතා කරමින් සිදුකරන සංඛ්‍යාන අධ්‍යනයන් නියැදි සමීක්ෂණ වේ. නියැදිය තෝරාගැනීමට විවිධ නියදුම් ක්‍රම භාවිතා කරයි. ඒවා නම්,

පළමු වර්ගීකරණය

- සම්භාවිතා නොවන නියැදීම
- සම්භාවිතා නියැදීම

දෙවන වර්ගීකරණය

- ප්‍රතිස්ථාපන සහිත නියැදීම
- ප්‍රතිස්ථාපන රහිත නියැදීම

ප්‍රතිස්ථාපන සහිත නියැදීම	**ප්‍රතිස්ථාපන සහිත නියැදීම** යනු සංගහනයෙන් නියදිය සඳහා ඒකකයක් ඉවතට ගෙන එය නැවතත් සංගහනයට එක්කර ඊළඟ ඒකකය ඉවතට ගැනීමයි.
ප්‍රතිස්ථාපන රහිත නියැදීම	**ප්‍රතිස්ථාපන රහිත නියැදීම** යනු සංගහනයෙන් නියදිය සඳහා ඒකකයක් ඉවතට ගෙන එය නැවතත් සංගහනයට එක නෝකර ඊළඟ ඒකකය ඉවතට ගැනීමයි.

සම්භාවිතා නියැදීම

- **සම්භාවිතා නියැදීම යනු** සම්භාවිතා ශිල්පීය ක්‍රම භාවිතයට ගෙන නියදියක් තෝරාගැනීම වේ. මෙය විවිධ ක්‍රම ඔස්සේ සිදුකරනු ලබයි.

01. සරල සසම්භාවී නියැදීම

ඕනෑම සංගහන ඒකකයකට නියදියට ඇතුළත් වීමට සමාන සම්භාවිතාවක් ඇතිව සිදුකරන නියැදීම සරල සසම්භාවී නියැදීම වේ. නියැදියේ සෑම ඒකකයක් ලබාගැනීම ස්වායක්ත වේ. මෙම තෝරාගැනීම සිදුකරන්නේ අහඹු ලෙසය. මේ සඳහා යොදාගන්නා ක්‍රම නම් ලොතරැයි ක්‍රමය, සසම්භාවී අංක වගු ක්‍රමය සහ පරිඝනක ක්‍රමය වේ. මෙම සරල සසම්භාවී නියැදුම් ක්‍රමය යොදාගත හැක්කේ සංගහන ඒකකයන් අතර විචලනය අඩුනම් සහ සමජාතීය සංගහන සඳහාය.

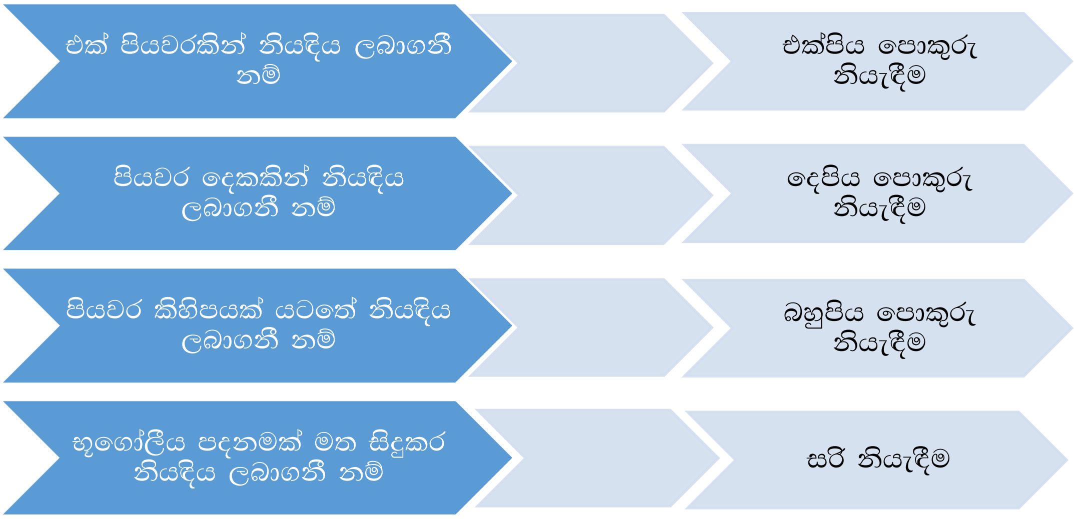
02. ස්තෘත සසම්භාවී නියැදීම

සංගහනයේ ඒකක අතර විචලනය වැඩි අවස්ථාවල දී නියැදිය තෝරාගැනීම සඳහා මෙය භාවිතාකිරීම සුදුසු වේ. විෂමජාතීය සංගහනයන් දන්නා ලාක්ෂණිකයන් පදනම් කරගෙන සමජාතීය ස්ථරවලට බෙදා එක් එක් ස්ථරයෙන් සසම්භාවී නියදි ලබාගැනීම ස්තෘත සසම්භාවී නියැදීම ලෙස පෙන්වාදිය හැක. මෙම සමජාතීය ලක්ෂණ පදනම් කරගෙන සාදාගන්නා ස්ථර තුළ විචලනය අඩු විය යුතු ය. ස්ථර අතර විචලනය වැඩි විය යුතුය. එසේම එක් එක් ස්ථර අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරක විය යුතු අතර සාමූහික වශයෙන් නිරවශේෂ විය යුතු ය.

03. පොකුරු නියැදීම

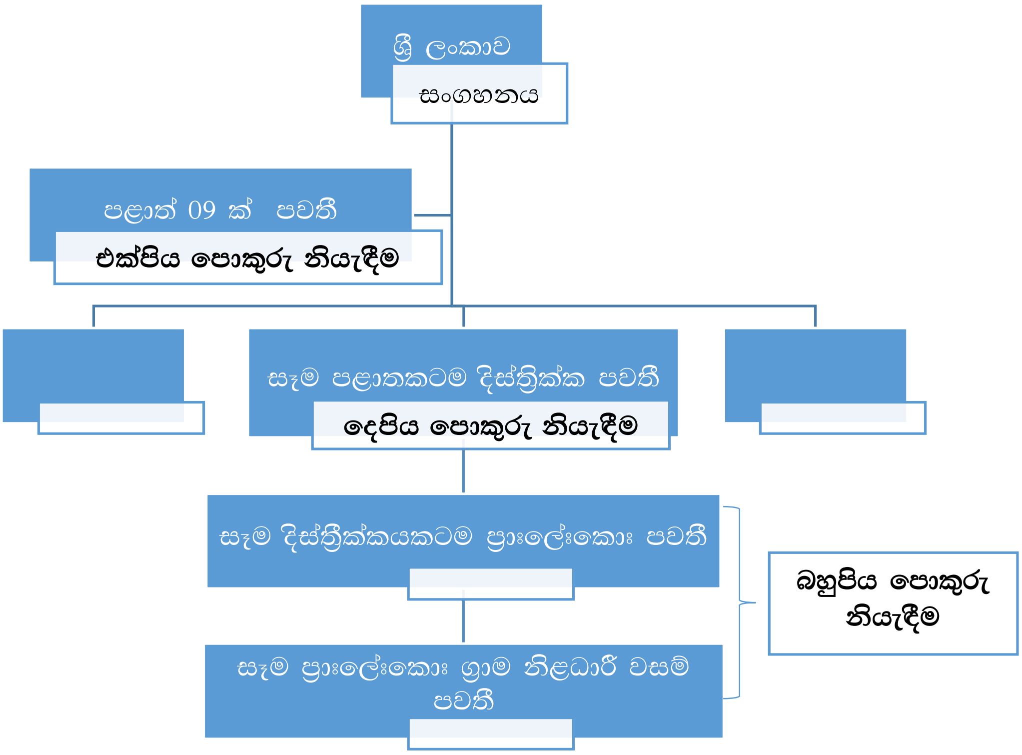
සංගහනය ස්වභාවිකව හෝ කෘත්‍රිමව පොකුරක් ලෙස සලකා එම පොකුරු අතරින් පොකුරු කිහිපයක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන ඒ තෝරාගත් පොකුරුවල අවයවයන් නියැදීම සඳහා තෝරාගැනීම පොකුරු නියැදීමයි.

මෙය ආකාර තුනකට සිදු වේ.



මෙම පොකුරු නියැදීම සුදුසු වන්නේ සංගහනය ස්වභාවිකව හෝ කෘත්‍රිමව පොකුරක් ලෙස සැදී ඇතිවිට පොකුරු අතර විචලනය අඩු සහ පොකුරු තුළ විචලනය වැඩි ලෙස පවතින අවස්ථාවලදී ය.

නිදසුන



ඉහත උදාහරණයට අනුව,

ස්තෘත සසම්භාවී නියැඳීම

පළාත් 09යම නියෝජනය වන ලෙස නියැදිය ලබාගනී.

පොකුරු නියැඳීම

එක්පිය පොකුරු නියැඳීම

පළාත් 09න් පළාත් කිහිපයක් පමණක් තෝරාගෙන නියදිය ලබාගැනීම.

දෙපිය පොකුරු නියැඳීම

පළාත් 09න් කිහිපයක් ගෙන් ඒ පළාත් වලින් දිස්ත්‍රික්ක කිහිපයක් තෝරාගෙන නියදිය ලබාගැනීම.

බහුපිය පොකුරු නියැඳීම

තෝරාගත් දිස්ත්‍රික්කවලින් ප්‍රාඃලේඃකොඃ කිහිපයක් තෝරාගෙන ඒවායෙන් ග්‍රාම නිළධාරී වසම් කිහිපයක් තෝරාගෙන නියැදිය ලබාගානීම.

4. ක්‍රමවත්/ක්‍රමික නියැදිම

සංගහනය 1 සිට N දක්වා අංකනය කර නියදි තරම මත සමාන කොටස් වලට බෙදා (K) පළමු කොටසින් ඒකකයක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන එතැන් සිට සමදුරින් පිහිටි (K දුරින් පිහිටි) ඒකක නියදිය සඳහා ලබා ගැනීම ක්‍රමික නියදීම ලෙස හැඳින්වේ.

$$\frac{N}{n} = K$$

N=100 n=5

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}} = \frac{100}{5} = \mathrm{K} = 20$$

මෙය ප්‍රධාන ආකාර දෙකකි.

රේඛීය සහ චක්‍රීය ක්‍රමවත් නියදීමයි.

මෙම ක්‍රමවත් නියදීම සම්භාවිතා ක්‍රමයක් ලෙස විවේචනය වේ. එනම් පළමු ඒකකය අහඹු ලෙස තේරීම සසම්භාවී වුවද ඊට පසු ඒකක තේරීම සම දුරින් පිහිටීම මත තෝරා ගැනීම සසම්භාවී නොවනු ඇත. එම නිසා මෙය ක්‍රම දෙකක එකතුවක් ලෙස පිළිගත හැක.

සසම්භාවී නියැදුම් ක්‍රමවල වාසි හා වාසි

නියදුම් ක්‍රමය	වාසි	උවාසි
සරල සසම්භාවී නියදීම	❖ සංගහනය හොඳින් නියෝජනය වීම ❖ අනභිනත නියදියක් ලබාගත හැකිවීම ❖ සංඛ්‍යාති මගින් පරාමිති වල විශ්වාසනීයත්වය තහවුරු කරගත හැකිවීම	❖ පිරිවැය කාලය වැඩිපුර වැය වීම ❖ සංගහන රාමුවක් අත්‍යවශ්‍ය වීම
ස්තෘත නියදීම	❖ සමජාතිය ස්ථරවලට බෙදීමෙන් පරිකල්පන හා අධීක්ෂණ කටයුතු පහසු වේ. ❖ විශාල සංගහනයක් ස්තරවලට වෙන්කිරීමෙන් නියැදිය ලබා ගැනීම තුළින් හොඳින් නිරූපණ නියදියක් ලබාගත හැකිවේ.	❖ ස්ථරය තුළ වැඩි විචලනයක් පෙන්වුවහොත් නිරූපණයට හානි පැමිණීම. ❖ යම් ඒකකයක් කිහිපයකට අයත් වුවහොත් ස්තර බෙදීමේදී ගැටලු ඇතිවීම.
පොකුරු නියදීම	❖ සංගහන රාමුවක් අවශ්‍ය නොවේ. ❖ සංගහනය පොකුරු වී ඇති විට යොදා ගත හැකිය. ❖ තෝරාගත් පොකුරේ සියලු ඒකක ගන්නා බැවින් නිරූප්‍ය නියැදියක් ලබාගත හැකිවේ.	❖ තෝරාගත් පොකුර තුළ විචලනය අඩු වුවහොත් නියැදියේ නිරූප්‍යතාවයට හානි සිදුවේ. ❖ සංගහනය එක් දිශාවකට පමණක් බරවීම. ❖ පරාමිති වල විශ්වාසනීයත්වය තහවුරු කළ නොහැකි වීම. ❖ අනුමිති සංඛ්‍යාන සඳහා සංඛ්‍යානය සඳහා යොදාගත නොහැකි වීම.
ක්‍රමවත් නියදීම	❖ අනුමිති සංඛ්‍යානය සඳහා යොදාගත හැකිවීම. ❖ පරාමිති වල විශ්වාසනීයත්වය තහවුරු කළ හැකි වීම. ❖ සංගහනය මුල සිට අග දක්වා හොඳින් නියෝජනය වීම.	❖ නියදුම් ව්‍යාප්තියේ සම්මත දෝෂය ගණනය කළ නොහැකි වීම. ❖ සැඟවුණු ආවර්තිතා දෝෂයන් පැවතුණහොත් නොමග යවන සුළු ප්‍රතිඵල ලැබීම. ❖ කෙටිකාලීන අධ්‍යනයන් සඳහා ප්‍රායෝගික නොවීම.

සසම්භාවී නියැදුම් ක්‍රමවල පොදු වාසි හා වාසි

අවාසි

- නියැදි ඒකක අහිමිවීම.
- පිරිවැය කාලය සහ ශ්‍රමය වැඩිපුර වැය වීම.
- නියැදිය තෝරා ගැනීමට අන්වේක්ෂකයින්ට නිදහසක් ලබා නොදීම.
- කෙටි කාලීන වැදගත්කමකින් යුතු අධ්‍යයනයක් සඳහා ප්‍රායෝගික නොවීම.

වාසි

- නියැදිය ඒකක තේරීමේදී කිසිදු පක්ෂපාතීත්වයක් මත සිදු නොවීම.
- අනභිනත නියැදියක් ලබාගත හැකිවීම.
- නිරූපය නියැදියක් ලබාගත හැකිවීම.

නිමානකය හා නිමිතය

නිමානකය (නිමානය කරන්නා)	නිමිතය
සංගහන පරාමිතිය ට ලැබෙන අගය නිර්මාණය කරනු ලබන සංඛ්‍යාතිය වේ. μ සඳහා ⟶ $\overline{x}$ නිමනකයකි σ සඳහා ⟶ s නිමනකයකි	සංගහන පරාමිතිය සඳහා නිමානකයන් ගණනය කිරීමෙන් ලැබෙන සංඛ්‍යාත්මක අගය වේ. $\overline{x} = 60$ නම් නිමිත අගය 60 වේ.

නියැදුම් දෝෂ හා නොනියැදුම් දෝෂ

නියැදුම් දෝෂ	නොනියැදුම් දෝෂ
සංගහන පරාමිතියන් සහ නියැදි සංඛ්‍යාතයක් අතර පවතින වෙනසයි	දත්ත රැස් කිරීම, වාර්තා කිරීම, පිටපත් කිරීම ඉදිරිපත් කිරීමේ දී ඇතිවිය හැකි දෝෂ වේ

මෙය ඉවත් කර ගැනීමට, • නියැදි තරම විශාල කළ හැකිය • සංගහන අධ්‍යනයන් යොදා ගත හැකිය. නමුත් මෙය ප්‍රායෝගික නොවේ මෙම දෝෂ ඇතිවීමට හේතු • නිවැරදි නියැදුම් ක්‍රමයක් තෝරා නොගැනීම • සසම්භාවී නොවන ආකාරයට නියැදිය තෝරා ගැනීම	මෙම දෝෂ ඇතිවීමට හේතු • පුහුණු අන්වේක්ෂකයින් භාවිතා නොකිරීම • අසම්පූර්ණ නියැදි රාමු භාවිතා කිරීම • සමීක්ෂණය හෝ පරීක්ෂණය නිවැරදි ලෙස සැලසුම් නොකිරීම • මූලික සංඛ්‍යාන කාර්යන්හි ඇති දෝෂ

අභිනත නියදිය හා අනභිනත නියදිය

අභිනත නියදිය	අනභිනත නියදිය
සංගහනයම නියම ආකාරයෙන් නිරූපණය නොවන නියදියක් වේ. මෙවැනි අභිනතතා ඇති විය හැකි මාර්ග 1. තේරීමේ අභිනතිය නිවැරදි නියදි රාමුවක් හා නියදීම් ක්‍රමයක් භාවිතා නොකිරීම, සසම්භාවී නොවන ලෙස ඒකක තේරීම සහ සංගහන තරම මත නියදිය ලබා ගැනීම වැනි හේතු නිසා ඇති වේ. 2. මැනීම් අභිනතිය නියදුම් ඒකක වලින් තොරතුරු ලබා ගැනීමේදී අන්වෙක්ෂයින් අතින් සිදු වන දෝශ.	සංගහනයම හොඳින් නිරූපණය වන පරිදි තෝරාගන්නා නියදියක් වේ.

සම්භාවිතා නොවන නියදීම	සම්භාවිතා ශිල්ප ක්‍රම භාවිතයට නොගෙන නියදීම සිදුකිරීමයි. මෙලෙස තෝරාගන්නා නියදිය **සම්භාවිතා නොවන නියදියක්** වේ.

මේ සඳහා යොදා ගන්නා ක්‍රම නම්,

- ❖ කොටස් නියැදීම
- ❖ විනිශ්චය නියදීම
- ❖ පහසු නියදීම

මෙම ක්‍රම අවශ්‍යතාවය

- කෙටි කාලීන වැදගත්කමකින් යුතු අධ්‍යනයන් සඳහා සුදුසු වේ.
- අන්වෙක්ශයින්ගේ නිදහස සීමා නොකර නියැදියක් ලබා ගැනීමට අවශ්‍ය වූ විට
- නියැදි ඒකක අහිමි නොවන පරිදි නියැදිය තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය වූ විට
- සංගහන රාමුවක් සකස් කළ නොහැකි විට
- අඩු කාලයක් හා පිරිවැයක් වැය කර නියැදිය ලබාගැනීමේ ක්‍රමයක අවශ්‍යතාවය මත

1. කොටස් නියැදීම

සංගහනයෙන් නියැදිය තෝරා ගත යුතු කොටස සහ නියදි තරම කාර්යාලය තුළදී තීරණය කර එම කොටසින් අවශ්‍ය නියදිය අන්වෙක්ශයින් ලවා ලබාගන්නා ක්‍රමයයි.

නියැදි අභිනතිය ඇති වුවහොත් කොටස් පාලන ක්‍රම (වයස, රැකියාව, ආදායම, ස්ත්‍රී පුරුෂ බව) භාවිතා කරයි.

2. විනිශ්චය නියදීම

අධ්‍යයනය කරන ලාක්ෂණිකය පිළිබඳව විශේෂඥ දැනුමක් ඇති පුද්ගලයකු ලවා නියැදිය තෝරා ගැනීම වේ. නියදීම සඳහා විශාල වියදමක් යන විට සහ කුඩා නියැදියක් අවශ්‍ය වූ විට මෙම ක්‍රමය සුදුසු වේ.

3. පහසු නියදීම

සංගහනයෙන් නියැදිය ලබාගත හැකි පහසුම ස්ථානයෙන් පහසුම ආකාරයට නියැදිය ලබා ගැනීමයි

සසම්භාවී නොවන නියැදුම් ක්‍රමවල වාසි හා වාසි

නියදුම් ක්‍රමය	වාසි	අවාසි
කොටස් නියැදීම	• අඩු කාලය හා ශ්‍රමයක් වැය වීම • අන්වේක්ෂක නිදහස ලබාදීම • නියැදි ඒකක අහිමි නොවීම	• අනුමිතික සංඛ්‍යානය සඳහා යොදාගත නොහැකි වීම • පරාමිතීන් වල විශ්වාසනීයත්වය තක්සේරු කළ නොහැකි වීම • නියැදි අභිනතීන් දැඩි ලෙස ඇති වේ
විනිශ්චය නියදීම	• සංගහන රාමුවක් අවශ්‍ය නොවීම • අන්වේක්ෂක නිදහස සීමා නොවීම • ඒකක අහිමි නොවීම	• දැඩි පුද්ගල භාවයක් ඇති වීම • නිරූප්‍ය නියදියක් ලබාගත නොහැකි වීම • දැඩි නියදි අභිනතීන් ඇති වීම
පහසු නියදීම	• කාලය, ශ්‍රමය, පිරිවැය අඩුවෙන් වැය වීම • වෙනත් ක්‍රම නොමැති විට සුදුසුම ක්‍රමය මෙය වීම • වෙළඳපල සමීක්ෂණ සඳහා ඉතා යෝග්‍ය වීම	• දැඩි පුද්ගල භාවයක් ඇති වීම • නිරූප්‍ය නියදියක් ලබාගත නොහැකි වීම • දැඩි නියදි අභිනතීන් ඇති වීම

සංගහන/ නියදි රාමුව

සංගහනයේ සියලු ඒකක අඩංගු ලැයිස්තුවක් මෙලෙස හැඳින්විය හැකිය. සංගහනයෙන් නියැදිය තෝරා ගැනීම සඳහා මෙම රාමුව භාවිතා කරන බැවින් එයට නියදි රාමුව යැයි කියනු ලැබේ. මෙම රාමුව,

- ❖ ප්‍රමාණවත් විය යුතුය
- ❖ පූර්ණ විය යුතුය
- ❖ ඒකක පුනරාවර්තනය නොවිය යුතුය
- ❖ නිවැරදි විය යුතුය
- ❖ යාවත්කාලීන විය යුතුය

නියදුම් ඒකක

නියැදියක් ලබා ගැනීමට බලාපොරොත්තු වන සංගහනයේ ඒකක නියැදුම් ඒකක වේ.

නියදුම් ව්‍යාප්තිය

නියදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රධාන කොටස් 2 ක් යටතේ අධ්‍යයනය කළ හැක

1. **සංගහන ව්‍යාප්තිය**
   සංගහන ඒකකවල යම් ලාක්ෂණිකයක වෙනස් වීම නිරූපණය කිරීම සැලකිල්ලට ගනු ලබන සම්භාවිතාව ව්‍යාප්තිය සංගහන ව්‍යාප්තිය වේ.
2. **නියදි ව්‍යාප්තිය**
   සංගහනයෙන් තෝරා ගන්නා නියැදියෙහි ඒකකවල කිසියම් ලාක්ෂණිකයක අගයන් හා එහි සම්භාවිතාව දැක්වෙන ව්‍යාප්තිය නියැදි ව්‍යාප්තිය වේ.

නිමානකයක නියැදුම් ව්‍යාප්තිය

ඕනෑම සංගහනයකින් ලබාගන්නා සමාන තරමින් යුත් ගත හැකි සියලු නියැදි වලින් දී ඇති නිමානකයක් සඳහා ගණනය කෙරෙන අගයන් සමග එම අගයන්ගේ සම්භාවිතාවන් සෑදුනු ව්‍යාප්තිය එහි නිමානකයේ "නියැදුම් ව්‍යාප්තිය" නම් වේ. නිමානකයක සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය නියැදුම් ව්‍යාප්තිය වේ.

මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයය

X යනු පරිමිත මධ්‍යයනය μ සහ සම්මත අපගමනය δ සහිත ඕනෑම ව්‍යාප්තියක පිහිටි සසම්භාවි විචල්‍යයක් යැයි ද $X_1, X_2, \ldots, X_n$ යනු මෙම ව්‍යාප්තියෙන් ගන්නා ලද තරම n වූ සසම්භාවී නියදියක් ද නම් ප්‍රමාණවත් තරම් විශාල n සඳහා ($n > 30$) නියැදි මධ්‍යයන්ගේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය මධ්‍යයන μ සහ විචලතාව σ^2 n වන පරිදි ආසන්න ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක පිහිටයි. සංගහනයේ ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත නොවන විට නියැදි තරම $n > 30$ හෝ $M > 30$ නම් මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයය අනුව නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ආසන්න ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය පිහිටයි.

$x \sim N(\mu\times, \sigma^2)$ $\qquad$ $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$

නියදි තරම $= n$ $\qquad$ නියදි තරම $= m$

$x \sim N(\mu\times, \frac{\sigma^2}{n})$ $\qquad$ $x \sim N(\frac{\sigma_y^2}{m})$

$$\bar{x} - \bar{y} \sim N\left(\mu^2 - \mu_y, \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m} \right)$$

මධ්‍ය සීමා ප්‍රමයයේ වැදගත්කම

සංගහනය ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත නොවන අවස්ථාවක දී නියදි තරම $n > 30$ වන පරිදි ගැනීමෙන් නියැදි මධ්‍යයනයන්ගේ නියැදුම් වනප්තිය ආසන්න ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක ඇතැයි උපකල්පනය කර ඒ හා සම්බන්ධ ගැටළු විසඳීම මගින් සංඛ්‍යාන අනුමතින් සඳහා යොදා ගතහැකි වීම.

නියදි මධ්‍යයනයන් දෙකක නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යයනය

මධ්‍යයනය $\mu_{\circ}$ හා විචලතාව σ_x^2 සංගහනයකින් ගනු ලැබූ නියැදිවල තරම n ද නියැදි මධ්‍යයනය $\bar{x}$ ද මධ්‍යයනය μ_y හා විචලතාව σ_y^2 සංගහනයකින් ගනු ලැබූ නියැදිවල තරම m ද නියැදි මධ්‍යයනය $\bar{y}$ ද නම් $\bar{x}$ - $\bar{y}$ හි ව්‍යාප්තිය නියැදි මධ්‍යන දෙකක අන්තරයන්ගේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය නම් වේ.

මධ්‍යනය $= \mu_{\bar{x}} - \bar{y} = \mu_x - \mu_y$

විචලතාව $= \sigma_{\bar{x}}^2 - \bar{y} = \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}$

සංගහනයන් ප්‍රමත නම් මෙම නියැදුම ව්‍යාප්තිය ද ප්‍රමත වේ.

සංගහනයේ ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත නොවන විට නියැදි තරම $n > 30$ හෝ $M > 30$ නම් මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයය අනුව නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ආසන්න ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය පිහිටයි.

$x \sim N(\mu \times, \sigma^2)$ $\qquad$ $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$

නියදි තරම $= n$ $\qquad$ නියදි තරම $= m$

$x \sim N(\mu \times, \frac{\sigma 2}{n})$ $\qquad$ $x \sim N\left(\frac{\sigma_y^2}{m}\right)$

$$\bar{x} - \bar{y} \sim N\left(\mu_2 - \mu_y, , \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m} \right)$$

නියදි සමානුපාතයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය

කිසියම් සංගහනයකින් ගත හැකි සමාන තරමින් යුත් සියළුම නියැදි සැලකීමෙන් නියැදි සමානුපාතයේ අගයන් ගණනය කළ විට එම අගයන් ගණනය කළ විට එම අගයන්ගෙන් සැදුන නියැදුම් ව්‍යාප්තිය නියැදි සමානුපාතයන්ගේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය නම් වේ.

මධ්‍යයනය $= \mu p = \pi$

$$p = \frac{\pi}{n}$$

විචලතාව $= \sigma^2 p = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$

සම්මත අපගමනය $= \sigma^2 p = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$

නියැදි සමානුපාතයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය කොටස් දෙකක් යටතේ අධ්‍යයනය කළ හැක.

01. සංගහන සමානුපාතය

- තරම N වන සංගහනයක කිසියම් උප ලක්ෂණයක් සහිත ඒකක සංඛ්‍යාන x නම්, එම සංගහනයෙහි එම උප ලක්ෂණය සහිත ඒකකයන්ගේ සමානුපාතය,

$$\pi = \frac{x}{N}$$

02. නියැදි සමානුපාතය (p)

- කිසියම් සංගහනයකින් ගනු ලබන තරම n වන සසම්භාවී නියැදියක කිසියම් උප ලක්ෂණයක් සහිත ඒකක සංඛ්‍යාව x නම් එම උප ලක්ෂණය සහිත ඒකකයන්ගේ නියැදි සමානුපාතය p නම්,

$$p = \frac{x}{n}$$

සසම්භාවී විචල්‍යයක් යනු ,

සසම්භාවී විචල්‍යයක් යනු සංඛ්‍යානමය පරීක්ෂාවකින් ලබා ගන්නා දත්ත මත පදනම්ව යම් කිසි විචල්‍යයක් බිහිවන්නේ ද එකී විචල්‍යය මෙලෙස හඳුන්වයි. සසම්භාවී විචල්‍යය සඳහා පැවරිය හැකි අගයන් හි ස්වභාවය අනුව ඒවා වර්ග 2කි.

1. විවිත සසම්භාවී විචල්‍යය
2. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යය

විවිත සසම්භාවී විචල්‍යය	සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යය
පරිමිත ලක්ෂ්‍යයන්ගෙන් හෝ ගණනය කළ හැකි අපරිමිත ලක්ෂ්‍යයන්ගෙන් සමන්විත නියැදි අවකාශයන්හි අර්ථ දක්වා ඇති සසම්භාවී විචල්‍යය වේ.	යම් අගය පරාසයක් තුළ අගයන් හිමි කරගන්නා විචල්‍යය හෝ රේඛීය ප්‍රාන්තරයක ලක්ෂයන්ට අනුරූප අපරිමිත ලක්ෂ්‍යය යන්නෙන් සමන්විත නියැදි අවකාශයන් හි අර්ථ දක්වා ඇති සසම්භාවී විචල්‍යය වේ.
මේවා නිශ්චිත අගයකින් දැක්විය හැක. (ශූන්‍ය/ ඍණ/ ධන පූර්ණ/ භාග සංඛ්‍යාවලින්) **නිදසුන්** • පන්තියට පැමිණෙන සිසුන් ගණන • පොතක වචන 100ක් තුළ තිබිය හැකි සදොස් වචන ගණන • වර්ෂයකදී සිදුවන මෝටර් රථ අනතුරු ගණන	ඍණ හෝ ධන හෝ ශුන්‍ය ඇතුළත් අගය පරාසයක් තුළ හැසිරේ. **නිදසුන්** • විදුලි බල්බයක ආයු කාලය • පුද්ගලයෙකුගේ උස, බර • ශරීර උෂ්ණත්වය

සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් යනු සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා ලැබෙන අගයන්, ඒවායේ අනුරූප සම්භාවිතාවන් සහිතව පිළියෙල කරන වගුවක්, ශ්‍රිතයන් හෝ ප්‍රස්ථාරයක් වේ.

සසම්භාවී විචල්‍යයන්ගේ අපේක්ෂිත අගය යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් පුනරාවර්තව දීර්ඝ වශයෙන් කිරීමේදී, එම පරීක්ෂණය හා සම්බන්ධ එම විචල්‍යයට ලැබෙන සාමාන්‍ය අගය යි. එය $\mathrm{E}(x)$ ලෙස අංකනය කරයි.

සසම්භාවී ව්‍යාප්තියක් තෘප්ත කළයුතු කොන්දේසි

- $p(x_i) \geq 0$ සම්භාවිතාවන් සෘණ විය නොහැක.
- $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$ සියලු ම සම්භාවිතාවන්ගේ එකතුව 1ට සමාන විය යුතුය.

විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යය සඳහා අපේක්ෂිත අගය හා විචල්‍යතාවය

අපේක්ෂිත අගය

$$\mathrm{E}(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \; p(xi)$$

විචලතාවය

$$var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \; p(x_i) - [\sum_{i=1}^{n} x_i \; p(x_i)]^2$$

x යන සසම්භාවී විචල්‍යයක a හා b යනු නියත අගයන්ගේ බලපෑම මත අපේක්ෂිත අගය හා විචල්‍යතාවයේ හැසිරීම.

අපේක්ෂිත අගය	විචලතාව
$\boldsymbol{E(a) = a}$	$var(a) = 0$
$\boldsymbol{E(ax) = a \; E(x)}$	$var(ax) = a^2 \; var(x)$
$\boldsymbol{E(ax+b) = a \; E(x) + b}$	$var(ax+b) = a^2 \; var(x)$
$\boldsymbol{E(x+y) = E(x) + E(y)}$	$var(x+y) = var(x) + var(y)$
$\boldsymbol{E(ax+by) = a \; E(x) + b \; E(y)}$	$var(ax+by) = a^2 \, var(x) + b^2 \, var(y)$

සම්මත සම්භාවිතා ආකෘති යනු ,

සංකීර්ණ සම්භාවිතා ගැටලු පහසුවෙන් විසඳා ගැනීම සඳහා භාවිත කරනු ලබන සම්භාවිතා සූත්‍රයක්, වගුවක් හෝ ප්‍රස්ථාර සටහනක් වේ.

විචක්ත සම්භාවිතා ආකෘති	සන්තතික සම්භාවිතා ආකෘති
උදා - ද්විපද සම්භාවිතා ශ්‍රිතය පොයිසොන් සම්භාවිතා ශ්‍රිතය	උදා - ප්‍රමත සම්භාවිතා ශ්‍රිතය
මෙය ස්කන්ධ ශ්‍රිතයකි. (එක් අගයක් හා සම්බන්ධ සම්භාවිතා නිරූපණය කරන සූත්‍රයක් නිසා)	මෙය ඝනත්ව ශ්‍රිතයකි. (රේඛීය ප්‍රාන්තරයක් තුළ පිහිටි සියලු අගයන්ට අදාල සම්භාවිතා නිරූපණය කරන නිසා)

ද්විපද ව්‍යාප්තිය

එකිනෙකින් ස්වායර්ථ නැහැයුම් n සංඛ්‍යාවකින් එක් නැහැයුම් ප්‍රතිඵල දෙකකින් පමණක් සමන්විත වීම හා p සාර්ථකය සෑම නැහැයුමකදී ම සමාන වනවිට සාර්ථක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව **ද්විපද ව්‍යාප්තිය** නම් වේ.

ද්විපද නැහැයුම්

ප්‍රතිඵල දෙකකින් පමණක් සමන්විත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් ද්විපද නැහැයුමක් ලෙස හැඳින්විය හැක. එනම් පරීක්ෂණයෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලය සාර්ථකයක් හෝ අසාර්ථකයක් ලෙසට කොටස් දෙකකට බෙදිය හැකිය. මෙවැනි සර්වසම මෙන්ම එකිනෙකින් ස්වයාර්ථ ද්විපද නැහැයුම් ගණනාවක් මගින් ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල ව්‍යාප්තිය ද්විපද ව්‍යාප්තිය ලෙස සලකයි.

ද්විපද ව්‍යාප්තියට අදාල කොන්දේසි

1. පරීක්ෂණය නිශ්චිත නැහැයුම් ගණනකින් සමන්විත විය යුතු ය.
2. පරීක්ෂණය සාර්ථකය හා අසාර්ථකය ලෙස ප්‍රතිඵල දෙකකින් සමන්විත විය යුතු ය.
3. සාර්ථකය ලැබීමේ සම්භාවිතාව හැමවිටම නිශ්චිත විය යුතු ය.
4. එක් එක් නැහැයුම අන් සියලු නැහැයුම්වලින් ස්වායර්ථ විය යුතු ය.

ද්විපද ව්‍යාප්තියක සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය

$$p(x=x)= {}^{n}c_{x}\, p^{x}\, q^{n-x}$$

$$x = 0, 1, 2, \dots , p$$

ද්විපද ව්‍යාප්තියක මධ්‍යයනය සහ විචලතාව මධ්‍යයනය

මධ්‍යනය

$$E(x) = \mu = np$$

විචලතාව

$$var(x) = \sigma^2 = npq$$

ද්විපද ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

1. විවික්ත සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් වීම.
2. පරාමිතීන් දෙකක් තිබීම. එනම් නැහැයුම් ගණන n සහ සාර්ථකය ලැබීමේ සම්භාවිතාව p වීම.
3. මෙහි මධ්‍යයනය $n \times p$ වන අතර විචලතාව npq වේ.
4. ද්විපද ව්‍යාප්තියක මධ්‍යයනය විචලතාවයට වඩා විශාල අගයක් ගනියි.
5. p හි අගය 0.5 ට වඩා අඩු නම් ධන කුටික වන අතර 0.5 ට වඩා වැඩි නම් ඍණ කුටික වේ. p හි අගය 0.5 නම් සමමිතික වේ.
6. n හි අගය විශාල වනවිට හා p හි අගය 0.5 ට ආසන්න වනවිට ද්විපද ව්‍යාප්තිය පොයිසොන් ව්‍යාප්තියකට සන්නිකර්ෂණය වේ.

පොයිසොන් ව්‍යාප්තිය

කාලය හා අවකාශය මත ව්‍යාප්ත වන විවික්ත සම්භාවිතා විචල්‍ය ආශ්‍රිත සම්භාවිතා ගැටලු විසඳීම සඳහා ගොඩනගා ඇති සෛධාන්තික සම්භාවිතා ආකෘතිය **පොයිසොන් ව්‍යාප්තිය** නම් වේ.

පොයිසොන් ව්‍යාප්තිය සඳහා උදාහරණ

1. එක්තරා අධිවේගී මාර්ගයක පැයකදී සිදුවන අනතුරු සංඛ්‍යාව
2. මුද්‍රණ පිටුවක ඇති දෝෂ සහිත වචන සංඛ්‍යාව
3. රතු රුධිරාණු සෛලයක ඇති රතු රුධිරාණු සංඛ්‍යාව

පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක සම්භාවිතා ශ්‍රිතය

$$\mathrm{p}(\mathrm{x}=x)=\frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{x}}{x!}$$

$$x=0, 1, 2, 3, \ldots$$

පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක මධ්‍යනය සහ විචලතාව මධ්‍යයනය

මධ්‍යනය

$$E(x)=\lambda$$

විචලතාව

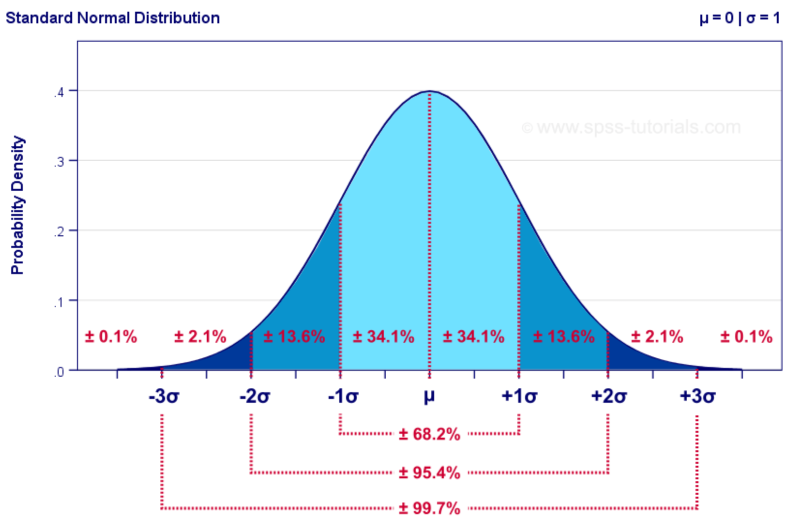
$$var(x)=\lambda$$

පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

1. විවික්ත සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් වීම.
2. ධන කුටික ව්‍යාප්තියක් වීම. x හි අගය වැඩි වනවිට ධන කුටිකතාවයක් ද අඩු වනවිට ඍණ කුටිකතාවක් ද දැකිය හැක.
3. පරාමිතිය λ වේ.
4. මෙහි මධ්‍යයනය සහ විචලතාව λ වේ.
5. ($\lambda > 20$) වනවිට පොයිසොන් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමත ව්‍යාප්තියකට සන්නිකර්ෂණය වේ.

n හි අගය විශාල වනවිට හා p හි අගය 0.5 ට ආසන්න වනවිට ද්විපද ව්‍යාප්තිය පොයිසොන් ව්‍යාප්තියකට සන්නිකර්ෂණය වේ.

සම්භාවිතා ආකෘතියක් ලෙස ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය අධ්‍යනය කරයි



ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය

සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයන් ආකෘතිගත කිරීම සඳහා ඉතා වැදගත්කමින් යුක්ත ව්‍යාප්තිය වන අතර එහි සම්භාවීතා ඝණත්ව ශ්‍රිතය පහත පරිදි දැක්විය හැක.

$$f_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi e}}\, e^{-1/2\,\frac{(x-\mu)^2}{\sigma}}$$

අංකනය

මධ්‍යන්‍යය	μ
සම්මත අපගමනය	σ
විචලතාව	σ^2
සසම්භාවී විචල්‍යය	x

x සසම්භාවී විචල්‍යයක් මධ්‍යන්‍යය μ සහ විචලතාව σ^2 ලෙස ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වන විට එය, $x \sim N(\mu\,, \sigma^2)$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් තෘප්ත කරන සසම්භාවී විචල්‍යය සඳහා නිදසුන්

- යන්ත්‍රයකින් 10cm ක් දිග බෝල්ට් ඇණ නිෂ්පාදනය කිරීමේදී බෝල්ට් ඇණයක දිග දැක්වෙන විචල්‍යය
- යන්ත්‍රයකින් 1kg ක් බර කිරිපිටි නිෂ්පාදනයේ දී කිරිපිටි පැකට්ටුවක බර දැක්වෙන විචල්‍යය

ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

1. ශ්‍රිතය තිරස් අක්ෂයට ඉහළින් පිහිටන අතර ඝණ්ඨාවක හැඩය ගනී.
2. මාතය, මධ්‍යනය, මධ්‍යස්ථය සමාන වේ.
3. මධ්‍යනය වටා සමමිතිකව ව්‍යාප්ත වේ.
4. වක්‍රයේ වම් පසින් ඍණ අනන්තයටත් දකුණු පසින් ධන අනන්තයටත් දිවෙන නමුත් තිරස් අක්ෂය ස්පර්ශ නොකරයි.
5. වක්‍රයෙන් වටවන මුළු වර්ගඵලයෙන් 68.27% ක් $\mu \pm \sigma$ අතර ද $\mu \pm 2\sigma$ අතර 95.45% ක් ද 99.73% ක් $\mu \pm 3\sigma$ අතරද පිහිටයි.

සම්භාවිතා ගැටලු විසඳීමට සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය භාවිතා කරයි

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය

මධ්‍යන්‍යය $\mu = 0$ සහ විචලතාව $\sigma^2 = 1$ වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියන් ලෙස හැඳින්වේ.

x මගින් දැක්වෙන ඕනෑම ප්‍රමත ව්‍යාප්ති රටාවක් ගන්නා ඕනෑම සන්තතික විචල්‍යක අගයන් සම්මත ප්‍රමත විචල්‍ය අගය (Z) බවට පරිණාමනය කිරීමට පහත සූත්‍රය භාවිතා කරයි.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

- මධ්‍යන්‍යය ශුන්‍ය වන අතර විචලතාව 1 ක් වේ.
- සම්මත ප්‍රමත වක්‍රයේ මුළු වර්ගඵලය 1 ක් වේ.

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියේ වර්ගඵලය වගු භාවිතය

1. $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$
2. $P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.4938$
3. $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4582$
4. $P(Z \leq 1.5) = 0.4332 + 0.5 = 0.9332$

❖ ද්වීපද ව්‍යාප්තියක් n විශාල වන විට හා p= 0.5 හෝ $np \geq 5$ හෝ $np \geq 5$ නම්, $np = \mu$ සහ $npq = \sigma^2$ වේ.
වන පරිදි පරාමිතීන් ලබාගෙන ද්වීපද ව්‍යාප්ති ගැටලු ප්‍රමත සන්නිකර්ෂණයෙන් විසඳිය හැකිය.

- පොයිසෝන් ව්‍යාප්තියක ලැම්ඩා ≥ 20 වන අවස්ථාවලදී ලැම්ඩා = μ සහ ලැම්ඩා = σ^2 වන පරිදි පරාමිතීන් ලබාගෙන පොයිසෝන් ගැටලු ප්‍රමත සන්නිකර්ෂණයෙන් විසඳිය හැකිය.
- ද්විපද හා පොයිසෝන් ව්‍යාප්තිවලට අදාළ සම්භාවිතා ගැටලු විසඳීමේදී විවික්ත විචල්‍යය බවට හැරවීම සඳහා ± 0.5 ක් යොදාගනු ලැබේ.

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක වැදගත්කම

ප්‍රමත වක්‍රය විවිධ වර්ගඵලයන් ගණනය කිරීමට අවශ්‍ය වන විට සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියේ වර්ගඵලය වගුව භාවිතයෙන් පහසුවෙන් ගණනය කළ හැක.

නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි ($p_1 - p_2$) නියැදුම් ව්‍යාප්තිය

නියැදි සමානුපාත දෙකක වෙනස

සංගහන දෙකකින් ලබා ගත් නියැදි දෙකකින් ඒවායේ සමානුපාතයන් (p) ගණනය කර එම සමානුපාතයන් අතර වෙනස ගණනය කිරීම තුළින් නියැදි සමානුපාත දෙකක වෙනස ලබා ගත හැකිය.

උදා :

පළමු සංගහනයෙන් ලබා ගත් නියැදියේ සමානුපාතය 0.15ද දෙවන සංගහනයෙන් ලබා ගත් නියැදියේ සමානුපාතය 0.10ද වේ නම්,

$$p_1 - p_2 = 0.25 - 0.10$$

$$= 0.15$$

නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය

සංගහන දෙකකින් පිළිවෙළින් නියැදි n_1 හා n_2 ලෙස ගත් නියැදි දෙකක සමානුපාත පිළිවෙළින් p_1 හා p_2 මගින් දැක්වුවහොත් p_1 - p_2 ට අදාළ ව්‍යාප්ති නියැදි සමානුපාත වල අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය වේ.

උදා :

පහත A හා B සංගහන සැලකිල්ලට ගන්න.

(M = පිරිමි ළමුන් F = ගැහැණු ළමුන්)

A } M1 , F1 , F2

B } M1 , M2 , F1

A හා B සංගහන වලින් තරම 2 බැගින් ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව ගත හැකි නියැදි හා ගැහැණු ළමුන්ගේ සමානුපාත ඇසුරින් නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ගොඩනගන්න.

A	
නියැදි	P_A
1) M1 , F1	½ = 0.5
2) M1 , F1	½ = 0.5
3) F1 , F2	2/2 = 1

B	
නියැදි	P_B
1) M1 , M2	0/2 = 0
2) M1 , M2	½ = 0.5
3) M2 , F1	½ = 0.5

- නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරය ගණනය කිරීම.

නියැදි	$P_A - P_B$	අන්තරය
4-1	0-0.5	0.5
5-1	0.5-0.5	0
6-1	0.5-0.5	0
4-2	0-0.5	0.5
5-2	0.5-0.5	0
6-2	0.5-0.5	0
4-3	0-1	1
5-3	0.5-1	05
6-3	0.5-1	0.5

- නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ගොඩනැගීම.

$P_A - P_B$	0	0.5	1
$Pr(P_A - P_B)$	4/9	4/9	1/9

නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ ලක්ෂණ

නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය μ_1 - μ_2 ද, විචලතාව $\sigma^2\ _{P1-P2}$ ද, සම්මත අපගමනය $\sigma\ _{P1-P2}$ ලෙස සංකේතවත් කරන අතර ඒ අනුව පහත ලක්ෂණ හඳුනා ගත හැකිය. $\sigma^2_{p_1-p_2}$

P_1-P_2 නම් නියැදි සමානුපාත දෙකෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සංගහන සමානුපාත දෙකෙහි අන්තරය (π_1 - π_2) ට සමාන වේ

$$\mu_{p_1} - \mu_{p_2} = \pi_1 - \pi_2$$

ඉහත උදාහරණයට සාපේක්ෂව නියැදි සමානුපාත දෙකෙහි අන්තරයට නියදුම් ව්‍යාප්තිය සැලකිල්ලට ගෙන $\mu_{p_1 - p_2} = \pi_1 - \pi_2$ බව පෙන්වන්න.

$$\mu_{p_1 - p_2} = E (P_1 - P_2)$$
$$= \Sigma (P_1-P_2) * Pr (P_1-P_2)$$
$$= (0*4/9) +(0.5*4/9) +(1*1/9)$$
$$= 3/9$$
$$= 0.33$$

$$\pi_1 - \pi_2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$
$$= 0.33$$

$\therefore \mu_{p_1 - p_2} = \pi_1 - \pi_2$ වේ

සංගහන සමානුපාත (ගැහැණු ළමුන් වීමේ) = $\pi A = \frac{2}{3}$, $\pi B = \frac{1}{3}$

මෙහිදී සංගහනය පරිමිත විට හෝ සංගහනයේ තරමින් නියැදියේ තරම 10% කට අඩු වන විට සංගහන දෙකෙන් ගන්නා ලද නියැදි සමානුපාත වල (P) අන්තරය P_1 හා P_2 මගින් දැක්වුවහොත් එහි නියදුම් ව්‍යාප්තිය,

$$\mu_{(p_1 - p_2)} = \mu_{p_1} - \mu_{p_2}$$
$$\mu p = P$$ නිසා
$$P_1 - P_2 = \pi_1 - \pi_2$$
$$\therefore \mu_{(p_1 - p_2)} = \mu_{p_1} - \mu_{p_2} = \pi_1 - \pi_2$$

පළමු සංගහනයෙන් ලබා ගත් නියැදි සමනුපාතයන්හි ව්‍යාප්තියේ විචලතාව $\sigma^2{}_{p_1}$ ලෙසද දෙවන සංගහනයන් ලබාගත් නියැදි සමානුපාතයේ ව්‍යාප්තියේ විචලතාව $\sigma^2{}_{p_2}$ ලෙස ගත් විට,

නියැදි සමානුපාත දෙකෙහි අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ විචලතාව

$$\sigma^2{}_{p_1 - p_2} = \sigma^2{}_{p_1} + \sigma^2{}_{p_2}$$

එසේම **සම්මත අපගමනය,**

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{\sigma^2{}_{p_1} + \sigma^2{}_{p_2}}$$

පළමු සංගහනයේ සමානුපාතයේ විචලතාවය $\dfrac{\pi_1\,(1-\pi_1)}{n_1}$ ලෙසත්

දෙවන සංගහනයේ සමානුපාතයේ විචලතාව $\dfrac{\pi_2\,(1-\pi_2)}{n_2}$ ලෙසත්

සැලකූ විට සමානුපාත දෙකෙහි අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ විචලතාවය, එම නියැදි ලබා ගත් සංගහන දෙකෙහි සමානුපාතයේ විචලතාව සමාන වේ.

සංගහනය අපිරිමිත වන විට

විචලතාවය

$$\sigma^2{}_{p_1 - p_2} = \sigma^2{}_{p_1} + \sigma^2{}_{p_2} = \frac{\pi_1\,(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2\,(1-\pi_2)}{n_2}$$

සම්මත අපගමනය, ($\sigma_{p_1 - p_2}$) : විචලතාවයට වර්ගමූලය යොදා ලබා ගනී.

සංගහනය පරිමිත වන විට

විචලතාවය

$$\sigma^2{}_{p_1 - p_2} = \frac{\pi_1\,(1-\pi_1)}{n_1}\left[\frac{N_1-n_1}{N_1-1}\right] + \frac{\pi_2\,(1-\pi_2)}{n_2}\left[\frac{N_2-n_2}{N_2-1}\right]$$

සම්මත අපගමනය, $(\sigma_{p_1 - p_2})$: විචලතාවයට වර්ගමූලය යොදා ලබා ගනී.

ඉහත ලක්ෂණ අනුව නියැදි සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය පහත පරිදි ප්‍රකාශ කළ හැක.

$$P_1 - P_2 \sim N\,[\mu_{p_1 - p_2}\ ,\ \sigma^2{}_{p_1 - p_2}\ ]$$ ලෙස හෝ

$$P_1 - P_2 \sim N\,[\pi_1 - \pi_2,\ \frac{\pi_1\,(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2\,(1-\pi_2)}{n_2}]$$

නියැදුම් සමානුපාත දෙකක අන්තරයෙහි නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ඇසුරින් සම්භාවිතා ගණනය කිරීම්.

සම්භාවිතාව ගණනය කිරීම ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය ඇසුරින් සිදු කරනු ලබයි. එයට පහත සූත්‍රය භාවිතා කළ හැක.

$$Z \quad \frac{(P_1-P_2)-(\pi_1-\pi_2)}{\sqrt{\frac{\pi_1\,(1-\pi_1)}{n_1}+\frac{\pi_2\,(1-\pi_2)}{n_2}}}$$

උදා:

එක්තරා රෝගයක් සුව කිරීම සඳහා භාවිතා කරන A නම් ඖෂධය මගින් රෝගය සුව කිරීමේ සමානුපාතය 0.75 ද B නම් ඖෂධය මගින් රෝගය සුව කිරීමේ සමානුපාතය 0.68 ද වන බව පෙනී යයි. A ඖෂධය භාවිතා කරන රෝගීන් 200ද B ඖෂධය භාවිතා කරන රෝගීන් 300ද බැගින් වූ සසම්භාවී නියැදි 2ක් ගෙන පරීක්ෂා කළ විට A ඖෂධය මගින් රෝගය සුව වීමේ සමානුපාතය B ඖෂධය මගින් රෝගය සුව වීමේ සමානුපායට වඩා 0.1කින් වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණද?

π_A = 0.75 π_B = 0.68

n_1 = 200 n_2 = 300

$P_A - P_B$ ~ [(0.75-0.68), (0.75*0.25)/200+(0.68*0.32)/300]

= pr [$P_A - P_B \geq 0.1$]

$= [Z \geq \sqrt{\frac{0.1-0.07}{\frac{0.75*0.25}{200}+\frac{0.68*0.32}{300}}}]$

$= [Z \geq \frac{0.03}{0.06}]$

= pr (Z≥ 0.5)

0.5000

(0.1915)

0.3085

සංගහන පරාමිති නිමානය සඳහා ලක්ෂ්‍යමය නිමානය භාවිත කරයි.

සංගහනයක් පරීක්ෂා කිරීම අපහසු කටයුත්තක් නිසා සංගහනය නියෝජනය වන පරිදි නියැදියක් පරීක්ෂා කිරීමෙන් සංගහනය පිළිබඳ අනුමිතීන් කළ හැකිය. එවැනි අනුමිතීන් කොටස් 2කි. එනම්,

1. නිමානය
2. කල්පිත පරීක්ෂාව

අනුමිතියේ දී සංගහනය කිසියම් ගුණාංගයක් පිළිබඳ ව අධ්‍යනය කරනු ලබන අතර එම ගුණාංගය සසම්භාවී විචල්‍යයක් වන අතර ඊට ද්වි ව්‍යාප්තියක්, ප්‍රමත හෝ පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් ආදී සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් ද පවතී.

උදා: පාසලක සිසුන්ගේ පැමිණීම.
ප්‍රදේශයක පුද්ගලයන්ගේ ජීවනෝපාය

විචල්‍ය අඩංගු ව්‍යාප්ති පිළිබඳ තරමක් දන්නා නමුත් එය කුමන ලක්ෂ්‍යක් වටා ව්‍යාප්ත වී පවතීද යන්න නොදනී. සංගහනයේ පරාමිතීන් වන μ හා σ^2 අතර අගයන් නොදනී.නොදන්නා අගයන් ආසන්න වශයෙන් හෝ නිමානය කර ගැනීමට සිදු වන අතර සුදුසු එකම ක්‍රමය නියැදියක් පරීක්ෂා කිරීමයි.

සංඛ්‍යාන නිමානය

නියැදි තොරතුරු ඇසුරින් සංගහනයක තොරතුරු ඇස්තමේන්තු කිරීම **සංඛ්‍යාන නිමානය** වේ. ඊට අමතරව සංගහනයකින් ලබා ගන්නා නියැදියක මධ්‍යනය ($\bar{x}$) සම්මත අපගමනය (s) විචලනය (S^2) යන සංඛ්‍යාන ආශ්‍රයෙන් සංගහනයේ මධ්‍යනය (μ) සම්මත අපගමනය (σ) විචලතාවය (σ^2) වැනි පරාමිතීන් තක්සේරු කරයි.

උදා:
කිසියම් නිෂ්පාදන ආයතනයක දිනකට නිපදවන බල්බ 100ක් පරීක්ෂා කර බලා එමගින් දිනක නිෂ්පාදනයේ සදොස් බල්බ ගණන තක්සේරු කිරීම.

නිමානකය හා නිමිතිය

නිමානයක් යනු පරාමිතික අගය ඇස්තමේනතු කිරීම වෙනුවෙන් භාවිත කරන ශ්‍රිතයකි. නැතහොත් පරාමිතික අගය ඇස්තමේන්තු කිරීමේ දී යොදා ගන්නා නියැදි සංඛ්‍යාති නිමානකය වේ.

උදා:

නියැදි මධ්‍යන්‍යය , නියැදි විචලතාව

($\bar{x}$ යනු μ සඳහා නිමානකයකි.)

නිමිතිය යනු නිමානයක් සඳහා ලැබෙන සංඛ්‍යාත්මක වටිනාකමකි.

නිමානයක අගය (නිමිතිය) නියැදි අවයව වෙනස් වන විට ඒ අනුව වෙනස් වන නිසා නිමානකය එම නියැදි අවයව වල ශ්‍රිතයකි.

උදා:

බල්බ නිපදවන ආයතනයක් ඔවුන් නිපදවන විදුලි බල්බ වල සාමාන්‍ය ආයු කාලය ඇස්තමේන්තු කිරීමේ දී ඉන් බල්බ 100 නියැදියක් ගනී. බල්බ වල ඓක්‍යය 200000h වේ නම්,

$$\bar{x} = \sum \frac{X}{n}$$

$$= 200000/100$$

$$= \underline{\underline{2000\ h}}$$

නිමානකය හා නිමිතිය අතර වෙනස

නිමානකය නියැදියෙහි ශ්‍රිතයක් වන අතර නිමිතිය නියැදිය ඇසුරින් නිමානකය ගනු ලබන සංඛ්‍යාත්මක අගයකි.

නියැදිය තෝරා ගත් විට $X_1 , X_2 , \ldots, X_n$ දක්වා සසම්භාවී විචල්‍යයන්ගේ ශ්‍රිතයක් ලෙස නිමානකය දැක්විය හැකි අතර $x_1, x_2 , \ldots, x_n$ වන සංඛ්‍යාත්මක අගයන්ගේ ශ්‍රිතයක් ලෙස නිමිතය දක්වයි.

උදා:

පාසලක 10 වසරේ ළමුන්ගේ සාමාන්‍ය ගණිත දැනුම පරීක්ෂා කිරීම සඳහා සිසුන් 100ක නියැදියක් ලබා ගන්නා ලදී. නියැදියේ මධ්‍යන්‍යය ලකුණු 75 යි.

පරාමිතිය	= සංගහන මධ්‍යනය
නිමානකය	= නියැදි මධ්‍යයනය (සාමාන්‍ය ගණිත දැනුම)
නිමිතිය	= 75

නිමානයේ ප්‍රරූප	1. ප්‍රාන්තර නිමානය
	2. ලක්ෂ්‍යමය නිමානය

1. ප්‍රාන්තර නිමානය

එනම් සංගහන පරාමිතීන් සඳහා කරනු ලබන ඇස්තමේන්තුව කිසියම් අගයක් දෙකක් අතර පරතරයක් තුළ පිහිටන බව කිසියම් විශ්වාස මට්ටමක් යටතේ අදාළ පරාමිතිය එම පරාසය තුළ පවතින බව ප්‍රකාශ කරයි නම් එය ප්‍රාන්තර නිමානය වේ.

2. ලක්ෂ්‍යමය නිමානය

නියැදි සංඛ්‍යාත ආධාරයෙන් සංගහනයේ කිසියම් වූ තනි අගයක් නැතිනම් සංගහනයේ කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් නිමානය කිරීම ලක්ෂ්‍යමය නිමානය වේ.

උදා:

සමාගමක් තමන් නිපදවන සබන් කැටයක සාමාන්‍ය බර නියැදියක් ගෙන අධ්‍යයනය කොට 100g බව අවබෝධ කර ගැනීම.

නියැදුම් ව්‍යාප්තිය හා නිමානය අතර සම්බන්ධතාවය

මෙය නිදසුනක් මඟින් මනාව වටහා ගනිමු.

2, 4, 8, 10, 12 සංගහනයක් යැයි සිතන්න. මෙහි සංගහන මධ්‍යන්‍යය,

$$\mu = \frac{2+4+8+10+12}{5} = 7.2$$

මෙයින් තරම 2 බැගින් ප්‍රතිෂ්ඨාපන රහිතව නියැදි ලබා ගන්න.

(2,4) (2,8) (2,10) (2,12) (4,8) (4,10) (4,12) (8,10) (8,12) (10,12)

3 5 6 7 6 7 8 9 10 11

$$\mu_{\bar{\chi}} = \frac{3+5+6+7+6+7+8+9+10+11}{10} = 7.2$$

නියැදි වල එක් එක් නියැදි මධ්‍යයනයක් ලැබීමට ඇති සම්භාවිතාවය නියැදි මධ්‍යයනය වල ව්‍යාප්තිය සමඟ පහත ආකාරයට දැක්වේ.

$\bar{x}$	3	5	6	7	8	9	10	11
P($\bar{x}$)	1/10	1/10	2/10	2/10	1/10	1/10	1/10	1/10
	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1
E($\bar{x}$)	0.3	0.5	1.2	1.4	0.8	0.9	1	11

= 7.2

එනම් E($\bar{x}$)= μ = 7.2 වේ. මෙයින් කියවෙන්නේ නියැදි මධ්‍යයනය වල අපේක්ෂිත අගයන් වල මධ්‍යන්‍යය හා සංගහන මධ්‍යන්‍යය එක සමාන වන බවයි. එම නිසා සංගහනයේ μ ඇස්තමේන්තු කිරීම සඳහා නිමානකය තෝරා ගැනීමේ දී නිමානකය හා ඒවායේ නියැදුම් ව්‍යාප්ති අතර ඇති සම්බන්ධතාවය පදනම් කර ගත හැකි ය.

සමහර නියැදි මධ්‍යයනයක් ලබා ගෙන සංගහන මධ්‍යයනය තීරණය කළහොත් එය ඌණ තක්සේරුවක් (3,5,6,7) හෝ අධි තක්සේරුවක් (8,9,10,11) විය හැකිය. මේ නිසා හොඳ නිමානයක් වීමට තිබිය යුතු ලක්ෂණ කිහිපයකි.

හොඳ ලක්ෂ්‍යමය නිමානයක තිබිය යුතු ගුණාංග (ලක්ෂණ)

1. අනභිනත බව
2. කාර්යක්ෂම බව
3. සංගත බව
4. ප්‍රමාණාත්මක බව

01. අනභිනත බව

කිසියම් සංගහනයක පරාමිතික අගයට නිමානකයේ අපේක්ෂිත අගය සමාන නම් එය අනභිනත බව ලෙස හඳුන්වයි. මෙහිදී,

θ යනු පරාමිතිය ද $\hat{\theta}$ නිමානකය ද නම් $\hat{\theta}$ අනභිනත නිමානකයක් වීමට නම්

$E(\hat{\theta}) = \theta$ විය යුතු ය.

උදා:

කිසියම් සංගහනයකින් ලබා ගත් එක තරමේ නියැදි ගෙන ඒවායේ මධ්‍යන්‍යයන්ගේ නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය $\mu_{\bar{x}}$) හා සංගහනයේ මධ්‍යන්‍යය (μ)

$\mu_{\bar{x}} = \mu$

$E(\bar{x}) = \mu$ එබැවින් සංගහනයෙන් ලබා ගත් නියැදි මධ්‍යන්‍යය ($\bar{x}$) නමැති සංඛ්‍යාතිය එම සංගහනයේ මධ්‍යන්‍යය μ නමැති පරාමිතිය සඳහා අනභිනත නිමානකයකි.

$$\bar{x} = \sum \frac{Xi}{n}$$

$$E(\bar{x}) = E[\sum \frac{Xi}{n}]$$

$$= \frac{1}{n} E[X1 + X2 + \dots + Xn]$$

$$= \frac{1}{n} E(X1) + E(X2) + \dots + E(Xn)$$

$$= \frac{1}{n} n\mu$$

$$= \mu$$

සංගහන මධ්‍යන්‍යය (μ)නිමානය කිරීමට නියැදි මධ්‍යස්ථය අනභිනත නිමානකයක් නොවේ. එනම්,

- $\mu \neq$ නියැදි මධ්‍යන්ගේ මධ්‍යස්ථය බැවිනි. එබැවින් එය අභිනත නිමානකයක් වේ.

$$E(\hat{\theta}) \neq \theta$$

$$E(\hat{\theta}) < \theta$$

$$E(\hat{\theta}) > \theta$$ වන විට එය අභිනක නිමානකයකි.

නියැදි මධ්‍යයන්ගේ අනභිනත බව

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$E(\bar{x}) = \mu$$

$\bar{x}$, සංගහන මධ්‍යයන්‍යය μ සඳහා අනභිනත නිමානයකි.

නියැදි සමානුපාතයේ අනභිනත බව

නියැදි සමානුපාතයන්ගේ අපේක්ෂිත අගය වන μ_p හෝ E(p) සංගහනයේ සමානුපාතය වන πට සමාන වන බැවින්,

$$\mu_p = C$$

$$E(p) = \pi$$

නියැදි සමානුපාතය වන p සංගහන සමානුපාතය π සඳහා අනභිනත නිමානයකි.

නියැදි විචලතාවයේ අනභිනත බව

$$E(S^2) \neq \sigma^2$$

එවිට නියැදි විචලතාවය S^2 සංගහන විචලතාව σ^2 සඳහා අනභිනත නිමානයක් නොවේ. නමුත් නියැදි විචලතාවය ගණනය කිරීමේදී නියැදි තරම වන n වලින් එකක් (1) අඩු කර විචලතාවය ගණනය කල විට නියැදි විචලතාවය වන S^2 හි අපේක්ෂාව සංගහන විචලතාව වන σ^2 සමාන වන බැවින්,

$$E(S^2) = \sigma^2$$

S^2 සංගහන විචලතාව σ^2 සඳහා අනභිනත නිමානයක් වීමට විචලතාව පහත පරිදි දැක්විය යුතුය.

$$S^2 = \sum \frac{(X-\bar{X})^2}{n-1}$$

$$= \frac{\Sigma X^2 - (n\bar{X})^2}{n-1}$$

$$= \frac{1}{n-1} * \frac{\Sigma X^2 - (\Sigma \bar{X})^2}{n}$$

$$= \frac{nS^2}{n-1}$$

නියැදි විචලතාව ඉහත පරිදි ගණනය කල විට අනභිනත වුවත් එහි වර්ගමූලය ගැනීමේදී සම්මත අපගමනය ලැබුණද එය අනභිනත සම්මත අපගමනය නොවේ.

02. කාර්යක්ෂමතාවය

කිසියම් සංගහන පරාමිතියක් තෝරා ගැනීමේදී එකම මධ්‍යන්‍යය සහිත නිමානක කිහිපයක් පවතින විට අඩුම විචලතාවයක් සහිත නිමානකය එම සංගහන පරාමිතිය සඳහා කාරයක්ෂම නිමානකය වේ.

$$E(\hat{\theta}_1) = \theta$$

$$E(\hat{\theta}_2) = \theta$$

මේ අනුව $\hat{\theta}_1$ හා $\hat{\theta}_2$ යන නිමානක දෙකම අනභිනත වේ. එහෙත් $V(\hat{\theta}_1 < \hat{\theta}_2)$ නම් $\hat{\theta}_1$ නිමානකය θ සඳහා වඩාත් කාරයක්ෂම වේ.

නියැදි මධ්‍යයන්ගේ හා නියැදි මධ්‍යස්ථයන්ගේ කාරයක්ෂමතාව

නියැදි මධ්‍යන්‍යයේ අපේක්ෂිත අගය වන $E(\bar{x})$ වන නියැදි මධ්‍යස්ථයේ අපේක්ෂිත අගය වන $E(X_{md})$ සංගහන මධ්‍යන්‍යය වන μ ට සමාන වේ.

$$E(\bar{x}) = \mu \qquad\qquad E(X_{md}) = \mu$$

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad\qquad \mu X_{md} = \mu$$

$\overline{X}$ සහ Md හි විචලතාව පහත සූත්‍ර ඇසුරින් ලබා ගත හැකිය.

$$Var(\overline{X}) = \frac{\sigma 2}{n}$$

$$Var(Md) = \frac{\pi\sigma 2}{2n}$$

නියැදි මධ්‍යන්‍යය හා නියදි මධ්‍යස්ථය සංගහන මධ්‍යන්‍යය μ සඳහා අනභිනත නිමානකයකි.නමුත් මෙහි විචලතාව,

$$Var(\overline{X}) < Var(X_{md})$$

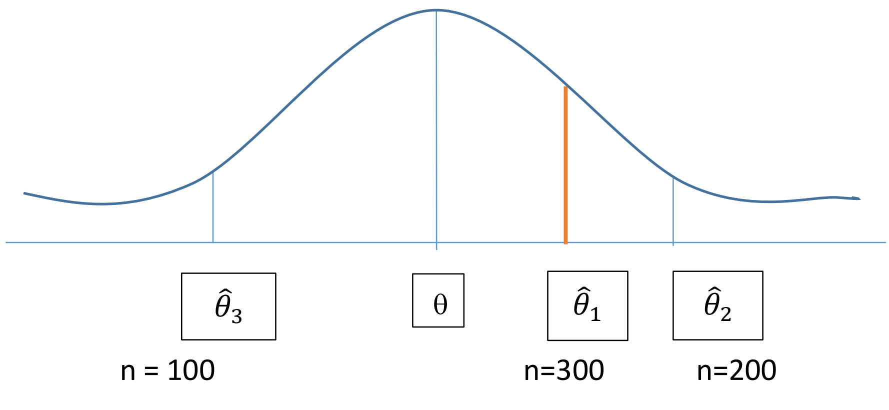
අඩුම විචලතාව නියැදි මධ්‍යන්‍යයේ නිසා අදාල ව්‍යාප්තිය ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක පිහිටන නිසා නියැදි මධ්‍යන්‍යය, μ සඳහා කාරයක්ෂම නිමානකයක් වේ.

03. සංගත බව (ඒකාකාරී බව)

කිසියම් සංගහනයකින් ලබා ගන්නා නියැදි තරම විශාල වන විට නිමානකයේ විචලතාවය ශූන්‍යට ආසන්න වන්නේ නම් එය සංගත වේ.

$$n \rightarrow \infty$$

$$var(\hat{\theta}) \rightarrow 0$$



මෙහි නියැදි තරම වැඩියෙන් පවතින්නේ $\hat{\theta}_1$ හි බැවින් $\hat{\theta}_1$, θ සඳහා සංගත නිමානකයක් වේ.

නියැදි මධ්‍යන්‍යයේ සංගත බව

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

මෙහි n අගය විශාල වන විට විචලතාව ශූන්‍යට ආසන්න නිසා නියැදි මධ්‍යන්‍යය සංගත නිමානකයකි.

නියැදි සමානුපාතයේ සංගත බව

$$\sigma_p^2 = \pi\frac{(1-\pi)}{n}$$

මෙහි n අගය විශාල වන විට විචලතාව ශූන්‍යට ආසන්න වන නිසා p සංගත නිමානකයකි.

නියැදි විචලතාවයේ සංගත බව

$$S^2 = \frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}$$

n අගය විශාල වන විට දී විචලතාවය ශූන්‍යයට ආසන්න වන නිසා නියැදි විචලතාවය (S^2) සංගත නිමානකයකි.

නියැදි මධ්‍යස්ථයේ සංගත බව

$$\sigma^2_{xmd} = \frac{\pi\sigma^2}{2n}$$

n අගය විශාල වන විටදී විචලතාවය ශූන්‍යයට ආසන්න වන නිසා නියැදි මධ්‍යස්ථය (σ^2_{xmd}) සංගත නිමානකයකි.

සංගත වීම සඳහා නිමානකයක් අභිනත වීම අවශ්‍ය වන්නේ නැත. එය අභිනත වූවත් නොවූවත් නිමානකය සංගත විය හැකිය.

04. ප්‍රමාණාත්මක බව

මධ්‍යන්‍යය නිමානකය ලෙස භාවිතා කරන විට එහි සියලුම අගය $X = \Sigma X / n$ මගින් ලබා ගනී. එබැවින් $\bar{X}$ ප්‍රමාණාත්මක නිමානකයකි.

නමුත් මාතය මධ්‍යස්ථය එසේ සාරාංශ කළ නොහැකි නොහැකි නිසා ප්‍රමාණාත්මක නිමානක නොවේ.

- ✸ සංගහන පරාමිතිය සඳහා ප්‍රශස්ත තොරතුරු හෙළිදරව් කරන නිමානකය ප්‍රමාණාත්මක නිමානකයකි.

නියැදි මධ්‍යන්‍යය $\bar{X}$ අභිනත බව, කාර්යක්ෂම බව, සංගත බව හා ප්‍රමාණාත්මක බව යන සියලු ගුණාංගයන්ගෙන් සමන්විත නිමානකය ලෙස සැලකිය හැකිය.

අභ්‍යාස

X_1, X_2, X_3 යනු මධ්‍යනය μ හා විචලතාවය σ^2 වූ සංගහනයකින් ගන්නා ලද සසම්භාවී නියැදියක් යැයිද

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$T_2 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}$$

$$T_3 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{3}$$ යනු සංඛ්‍යාති 3ක් යැයි ද සිතමු.

මෙයින් කුමන සංඛ්‍යාතිය අනභිනත වේද?

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$E(T_1) = E(\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3})$$

$$E(T_1) = \frac{1}{3}\, E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3\mu$$

$$= \mu$$

T_1, සඳහා අනභිනත නිමානකයකි.

$$T_2 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}$$

$$E(T_2) = E\left(\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right)$$

$$E(T_1) = \frac{1}{3}\,E(X_1) + 2E(X_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3\mu$$

$$= \mu$$

T_2, μ සඳහා අනභිනත නිමානකයකි.

$$T_3 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{3}$$

$$E(T_3) = E(\frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{3})$$

$$E(T_3) = \frac{1}{3}\,E(X_1) + 2E(X_2) + E(X_3)$$

$$= \frac{1}{3} \times 4\mu$$

T_3, μඅනභිනත නිමානයක් නොවේ.

අභ්‍යාස

T_1 හා T_2 යනු පරාමිතිය සඳහා අර්ථ දක්වා තිබෙන අනභිනත නිමානක 2ක් නම්, T_1 නිමානකයට සාපේක්ෂව T_2 හි කාර්යක්ෂමතාව $\frac{Var\ (T_1)}{Var\ (T_2)}$ වේ.

ඉහත උදාහරණයේ අනභිනත නිමානක අතුරින් කාර්යක්ශම නිමානකය කුමක්ද?

$$Var(T_1) = Var\ (\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3})$$

$$Var(T_1) = \frac{1}{9}\,Var(X_1) + Var(X_2) + Var(X_3)$$

$$= \frac{1}{9}\,(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2)$$

$$= \frac{3}{9}\sigma^2$$

$$Var(T_2) = Var\left(\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right)$$

$$Var(T_2) = \frac{1}{9}\, Var(X_1) + 4Var(X_2)$$

$$= \frac{1}{9}\,(\sigma^2 + 4\sigma^2)$$

$$= \frac{3}{9} 5\sigma^2$$

$Var\,(T_1) < Var(T_2) \longrightarrow T_1$ කාර්යක්ෂම වේ

සංඝහන මධ්‍යනාය ආශ්‍රිත ව්‍යාපාරික තීරණ ගැනීමට ප්‍රාන්තර නිමානය භාවිතා කිරීම.

ප්‍රාන්තර නිමානය

සංගහන පරාමිතියක් පැවතිය හැකි පරාසයක් ඇස්තමේන්තු කිරීම සඳහා ලකෂ්‍යමය නිමානකය, එහි සම්මත දෝෂය හා විශ්වාස මට්ටම සමග ගලපා අගය ප්‍රාන්තරයක් ලබා ගැනීම ප්‍රාන්තර නිමානය වේ.

උදා: විදුලි බල්බයක සාමාන්‍ය ආයු කාලය පැය 2000-2600 අතර අගයක් ගන්නා බව 90% විශ්වාසනීයත්වයකින් ප්‍රකාශ කරයි.

ප්‍රාන්තර නිමානයේ දී පරාමිතිය සඳහා පැවතිය හැකි අගය පරාසය ලබා ගන්නා අතර නිමානකයේ අගයට අමතරව,

- සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය
- විශ්වාස මට්ටම
- නිමානකයේ සම්මත දෝෂය

විශ්‍රම්භ මට්ටම/වෙසසියා මට්ටම

නිමානයේදී පිළිතුරේ විශ්වාසනීයත්වය තහවුරු කරන උපරිම සම්භාවිතා මට්ටම විශ්‍රම්භ මට්ටම වේ. මෙය සම්භාවිතා මට්ටමකි.

උදා: විදුලි බල්බයක ආයු කාලය පැය 2000-2600 අතර අගයක් බව 90% විශ්වාසනීයත්වයකින් ප්‍රකාශ කිරීම.

විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරය

විශ්‍රම්භ මට්ටමක් තුළ දෙකෙළවර සීමා කරනු ලබන අගයන් විශ්‍රම්භ සීමා වේ. අඩුම අගය පහළ විශ්‍රම්භ සීමාවද වැඩිම අගය ඉහළ/උසස් විශ්‍රම්භ සීමාවද වේ.

උදා: 2000 - පහළ විශ්‍රම්භ සීමාව

2600 - ඉහළ විශ්‍රම්භ සීමාව

විශ්‍රම්භ සංගුණකය

α මගින් අගය පරාසය නොලැබීම හෙවත් සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාය පෙන්වන අතර α අඩු කිරීමෙන් (1- α) වෙසසියා මට්ටම ලැබේග මෙය විශ්‍රම්භ සංගුණකය වේ.

විශ්‍රම්භ පළල

ඉහළ විශ්‍රම්භ සීමාව හා පහළ විශ්‍රම්භ සීමාව අතර වෙනස විශ්‍රම්භ පළල වේ. විශ්‍රම්භ පළල තීරණය කරන ප්‍රධානම සාධකය වන්නේ විශ්‍රම්භ මට්ටමයි.

විශ්‍රම්භ පළල තීරණය කරන සාධක

- විශ්‍රම්භ මට්ටම
- සංගහන සම්මත දෝෂය
- නියැදි තරම
- සසම්භාවී විචල්‍යය ව්‍යාප්ති ස්වභාවය

මේ අනුව සංගහන පරාමීතීන් සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර ගොඩනැගීමේදී පහත පොදු ප්‍රකාශනය සැලකිල්ලට ගත හැකිය.

නිමිතිය ± වගු අගය * සම්මත දෝෂය

මෙහි, වගු අගය * සම්මත දෝෂය මගින් ලැබෙන අගය සම්භාවී දෝෂය ලෙස හඳුන්වයි.

ප්‍රාන්තර නිමානයේ භාවිත අවස්ථා

- සංගහන මධ්‍යන්‍යය නිමානය (μ)
- සංගහන සමානුපාතය නිමානය (π)
- සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයෙහි අන්තරය (μ1 - μ2) නිමානය
- සංගහන සමානුපාතය දෙකක අන්තරය නිමානය

ලක්ෂ්‍යය නිමානය හා ප්‍රාන්තර නිමානය අතර වෙනස

ලක්ෂ්‍යය නිමානයේදී අප ලබා ගන්නේ ගණිතමය වශයෙන් විස්තර කළ හැකි තනි අගයකි. ප්‍රාන්තර නිමානයේ දී සංගහනය පිළිබඳ පරාමිතීන් විහිදී ඇති අගය පරාසයක් කිසියම් විශ්වාසනීය මට්ටමක් යටතේ සම්මත දෝෂය ගලපා ලබා ගනී.

සංගහන මධ්‍යන්‍යය නිමානය කිරීම සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර භාවිතා කරයි.

සංගණන මධ්‍යන්‍යය නිමානය

මින් අදහස් කරනු ලබන්නෙ නියැදියක් මගින් සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය (μ) සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා නිමානය කිරීමය. එනම්, නිහැදියක් මගින් (μ) සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය කිසියම් ප්‍රාන්තරයක් තුළට ඇතුළත් වන ආකාරය නිමානය කිරීමයි. මෙය පහත දැක්වෙන විවිධ අවස්ථා යටතේ සලකා බැලීම වඩාත් පැහැදිලි වනු ඇත

I. සංගහනයත විචල්‍යතාවය (σ^2) දන්නා ප්‍රමත සංගහනයක μ සඳහා ප්‍රාන්තරය නිමානය කිරීම.

II. සංගහනයත විචල්‍යතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහනයක μ සඳහා ප්‍රාන්තරය නිමානය කිරීම.

III. සංගහනයත විචල්‍යතාවය දන්නා ප්‍රමත සංගහනයක μ සඳහා ප්‍රාන්තරය නිමානය කිරීම.

IV. සංගහනයත විචල්‍යතාවය නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහනයක μ සඳහා ප්‍රාන්තරය නිමානය කිරීම.

(I.) සංගහනයත විචල්‍යතාවය (σ^2) දන්නා ප්‍රමත සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව

සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය සහිතව ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වේ. නම් නියැදි මධ්‍යනයය ද ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වේ. මෙය ප්‍රකාශ කරනුයේ ,

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\bar{x} \sim Z(0, 1)$$

කළ විට ලැබෙනුයේ Z ව්‍යාප්තියකි.

මෙම ව්‍යාප්ති පදනම් කරගෙන විචලතාවය දන්නා ප්‍රමන ව්‍යාප්තියක μ සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය සිදුකල හැකි ය. මෙවැනි ව්‍යාප්තියක විශ්‍රාම්භ ප්‍රාන්තරය පහත පරිදි වර්ග කළ හැකි ය.

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha} \, \sigma/\sqrt{n}$$

හෝ

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \, \sigma/\sqrt{n}$$

උදාහරණය;

සේවකයින් 36 ක ගේ නියැදියක් පරීක්ෂා කළ විට වැටුප් වල සාමාන්‍ය 3600/= කි. මෙම ආයතනයේ සියලුම සේවකයින්ගේ σ^2 = 900/= කි. ප්‍රමත ව්‍යාප්ත වී ඇත්නම් 95% දි μ වැටුප පරීක්ෂා කරන්න.

$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha} \ {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$

මෙහි $\bar{x} = 3600$

$\sigma = \sqrt{900} = 30$

$n = 36$

මෙය ගණනය කරන ආකාරය මෙය සෘණ සංගුණකය වේ. ඒ අනුව

$1 - \alpha\% = 95\%$

$1 - \alpha \quad = 0.95$

$\alpha \quad = 1 - 0.95$

$\alpha/2 \ = 0.05/2 = 0.025$

<u>ප්‍රමත ව්‍යාප්ත වගුව</u>

$0.5000 - 0.025 = 0.4750$

$Z_{\alpha/2} \ = Z_{0.4750} = 1.96$

$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha} \ {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$

$= 3600 \pm 1.96 \text{ x } {}^{30}/_{\sqrt{36}}$

$= 3600 \pm 9.8$

(3590.2, 3609.8)

$3590.2 \le \bar{x} \le 3609.8$

(II.) සංගහනයක විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහනයක සංගහන මධ්‍යන්‍ය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව

සංගහන මධ්‍යන්‍යයට අදාළව ප්‍රාන්තර නිමානය සඳහා යොදාගත් $\mu = \bar{x} \pm Z_\alpha \, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$ සූත්‍රය භාවිතා කිරීම නම් සංගහන σ^2 පිළිබඳ තොරතුරු තිබිය යුතුය. එනම් සංගහන සම්මත අපගමනය (σ) දී තිබිය යුතු වන්නේ ය .මෙය ප්‍රධාන කොටස් දෙකකි.

- විශාල නියැදි සඳහා
- කුඩා නියැදි සඳහා

විශාල නියැදි සඳහා සංගහන විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහනයක සංගහන මධ්‍යන්‍යය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව

n = 30ට වඩා විශාල නම් සංගණන විචලතාවය සඳහා මෙය යෝග්‍ය නිමානයක් වේ. මේ නිසා භාවිතා කරමින් ඉහත සූත්‍රය ගණනය කළ ආකාරයටම සංගණන මධ්‍යනයය සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය කළ හැකිය.

උදාහරණය;

යම්කිසි යන්ත්‍රයක් නිපදවන ආයතනයක් එම යන්ත්‍ර 60ක නියැදියක් පරීක්ෂා කර ඒවායේ මධ්‍යන්‍යය ආයු කාලය $\bar{x}$ = පැය 325.5 හා සම්මත අපගමනය S = පැය 205.5 බව ලබාගන්නා ලදී. මෙම නියැදිය ඇසුරින් ආයතනය නිෂ්පාදනය කරන එම වර්ගයේ යන්ත්‍ර වල මධ්‍යන්‍යය ආයු කාලය සඳහා 95% විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරය නිමානය කරන්න

විසඳුම :-

මෙහි $n \leq 30$ බැවින් S යොදාගෙන සිදුකරන නිමානයේ නිරවද්‍යතාවයට එතරම් හානියක් වන්නේ නැත. ඊට හේතුව වන්නේ විශාල නියැදි වල විචල්‍යතාව සංගහන විචල්‍යතාවයේ නිමානයක් බැවිනි එම නිසා

$\bar{x} \pm Z_\alpha \, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$ යන සූත්‍රයේ σ වෙනුවට S ආදේශ කරනු ලබයි.

$$\mu = \bar{x} \pm Z_\alpha \, {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

$\bar{x} = 325.5$	$S = 205.5$
$Z_\alpha = 1.96$	$n = 60$

$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha} \; {}^{S}/_{\sqrt{n}}$

$= 325.5 \pm 1.96 \times {}^{205.5}/_{\sqrt{60}}$

$= 325.5 \pm 51.99$

(273.51 , 377.49)

ඒ අනුව යන්ත්‍රවල මධ්‍යන්‍ය ආයු කාලය පැය 274 හා පැය 378 යන අගයන් අතර විය හැකි බව 95% විශ්වාසයකින් ප්‍රකාශ කළ හැකිය.

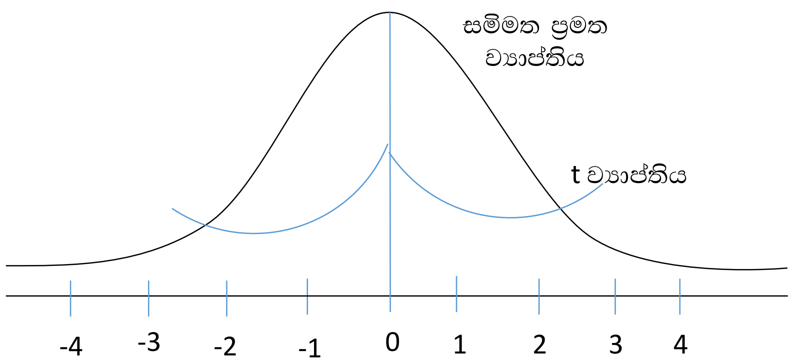
කුඩා නියැදි සඳහා සංගහන විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහනයක සංගහන මධ්‍යන්‍යය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව

නියැදිය කුඩා වන විට සංගහන විචලතාවය (σ^2) සඳහා S^2 යොදාගත හැකි වන්නේ නැත. මේ නිසා සමමිතික නමුත් පමත ව්‍යාප්තියට වැඩි විචලතාවයක් සහිත t ව්‍යාප්තිය භාවිත කළ යුතු වේ.

t ව්‍යාප්තියේ ස්වරූපය රඳ පවතිනුයේ සුචලන අංකය මතය. සුචලන අංකය දැක්වෙන්නේ (n–1) මගිනි. මෙහි n යනු නියැදි තරම වන අතර t ව්‍යාප්තියෙහි $t(n-1)$ අගය, විශ්‍රම්භ මට්ටම හා $(n-1)$ ට අදාළ සුචලක අංකය අනුව t ව්‍යාප්ති වගුවකින් ලබාගත යුතු ය. මෙහි දී අදාළ ප්‍රාන්තර නිමානය,

$$\bar{x} \pm t(n-1) \; {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය හා සුචලන අංක 5ක් සහිත t ව්‍යාප්තිය එකම කලයක ප්‍රස්තාරගත කළ විට පිහිටන අයුරු පහත දක්වා ඇත.මෙහි දි සාපේක්‍ෂම t ව්‍යාප්තියේ වර්ග දෙපස වර්ගඵලය වැඩි වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යයේ වර්ගඵලය වැඩි වේ.



උදාහරණය;

ආයතනයක සේවකයන් 16කගේ මාසික වැටුප් පරික්ෂා කිරීමේදී, ඒවායේ $\overline{x}$ = 1500කි. S=150. මෙම ආයතනයේ සියලු සේවකයන් ගේ වැටුප් ප්‍රමතම ව්‍යාප්ත වන්නේ නම් μ, 98% ක විශ්‍රමික සීමා යටතේ නිමානය කරන්න.

$$\overline{x} \pm t(n-1) \quad {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

$$= 1500 \pm 2.602 \times {}^{150}/_{\sqrt{16}}$$

$$= 1500 \pm 97.575$$

$$1402.425 \leq \mu \leq 1597.575 = 98\%$$

සුචලන අගය ගණනය කිරිම

$1 - \alpha = 0.98$

$n - 1 = 16$ අදාලව

$1 - \alpha = 0.98$

$\alpha = 002$

$\alpha/2 = 0.01$

$1 - 0.0100 = 0.99$

මෙහි t, 0.99,15 අදාල වගුවේ

$n - 1 = 15$

t වගුව ආශ්‍රයෙන් 2.602 ලැබේ.

මේ අනුව පෙනි යන්නේ සේවකයන් ගේ මධ්‍යන්‍යය මාසික වැටුප 1450ත් 1600ත් අතර අගයක් ගන්නා බව 98% ක විශ්වාසයකින් යුතුව ප්‍රකාශ කල හැකි විමයි

(III.) විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහනයක μ සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව

සංගහනය ප්‍රමත නොවුවද මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයය අනුව $n \leq 30$ නම් නියැදුම් ව්‍යාප්තිය පිහිටනුයේ පමත ආකාරයටය ‍ෙ අනුව σ^2 දන්නා ප්‍රමත සංගහනයක μ නිමානය කිරීමට යොදා ගැනේ.

$$\bar{x} \pm Z_c \ {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$$

උදාහරණය;

පාසලක සිසුන් පාසලට පැමිණෙන දුර ප්‍රමත නොවුවද $\sigma^2 = 25km$ වේ. $n = 16$ ක් නම් $\bar{x}$ දුර $= 40km$ යැයි සිතන්න. සියලුම සිසුන්ගේ මධ්‍යනය දුර සඳහා 98% විශ්‍රම්භ සීමා ගොඩනගන්න.

$$\bar{x} \pm Z_c \ {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$$

$$40 \pm 2.33 \text{ x } {}^{5}/_{\sqrt{16}}$$

$$40 \pm 2.9125$$

$$(37.0875, 42.9125)$$

$$37.0875 \leq \mu \leq 42.9125 = 98\%$$

(IV.) විචලතාවය (σ^2) නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගතනය සඳහා සංගහන මධ්‍යනය (μ) සඳහා විශ්‍රම්න සීමාව

සංගහනය ප්‍රමත නොවුවත් නියැදි විශාල නම් $(30 \leq n)$ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමතව පිහිටයි එමෙන් ම නියැදිය විශාල නම් σ^2 සඳහා S^2 පහත පරිදි නිමානය කළ හැකිය.

$$\bar{x} \pm Z_c \ {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

උදාහරණය;

යම්කිසි ආයතනයක සේවකයන්ගෙන් 81 දෙනෙකුගේ උස පරික්ෂා කිරිමේ දී $\bar{x} = 50$ ක් හා $S^2 = 9$ ක් විය. සියලුම සේවකයන්ගේ මධ්‍යන්‍ය උස සඳහා විශ්‍රම්‍ය සීමාව ගොඩ නගන්න.

$\bar{x} = 50$ $\quad\quad$ $Z_\alpha = 1.96$

$S = \sqrt{9} = 3$ $\quad\quad$ $N = 81$

$$\bar{x} \pm Z_c \, {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

$$50 \pm 1.96 \times {}^{3}/_{\sqrt{81}}$$

$$50 \pm 0.653$$

$$(49.347, 50.653)$$

$$49.347 \leq \mu \leq 50.653$$

මේ අනුව සේවකයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය උස 49.347ත් 50.653ත් අතර පිහිටන බව නිමානය කළ හැකිය

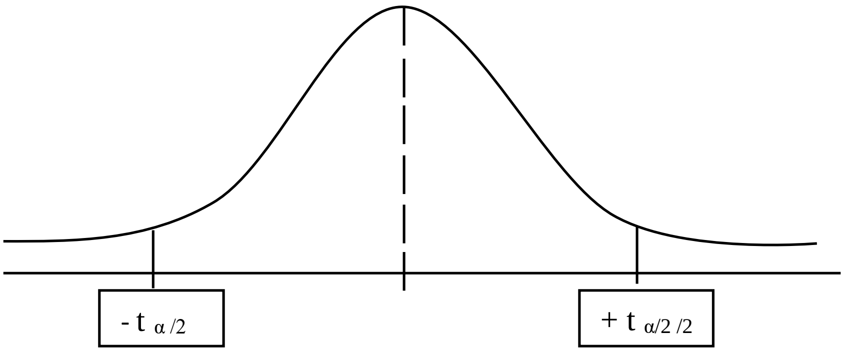
මෙහි දි **t ව්‍යාප්තියක් භාවිතයේ දී සැලකිය යුතු කරුණු** හඳුනා ගත යුතුය

- සංගහනය ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් බව
- සංගහන විචලතාවය නොදන්නා බව
- නියැදි තරම කුඩා වන පරිදි නියැදි ලබාගත යුතු විම $(n > 30)$

t ව්‍යාප්තියේ අගය ලබා ගැනීම

සංඛ්‍යාන නිමානයේදී අදාළ පිළිරේ විශ්වසනීයතමය තහවුරු කරන සම්භාවිත මට්ටම ලබාගන්නා α සහ අදාළ සසම්භාවී ව්‍යාප්තියක තීරණය කරනු ලබන සුචලන අගය වන df අගය මත t ව්‍යාප්තියේ අගය ලබා ගනු ලැබේ

සුචලන අගය යනු අදාළ t ව්‍යාප්තියේ පිහිටි ම සඳහා තිබිය යුතු අවට නියැදි තරම ව්‍යාප්තියේ මෙම අගය $n - 1$ වේ.



$t_{\alpha/2} \sim {}^{\alpha}/_{2}$ df

${}^{\alpha}/_{2}$ n – 1

උදාහරණය;

95% විශ්‍රම්භ මට්ටමෙහි n = 14 වන විට t ව්‍යාප්තියේ අගය

$t_{\alpha/2} \sim {}^{\alpha}/_{2}$ df

$t_{\alpha/2} \sim {}^{0.05}/_{2}$ n – 1

$t_{\alpha/2} \sim 0.025$, 14-1

$t_{\alpha/2} \sim 0.025$, 13

$t_{\alpha/2} \sim 2.160$, 13

සංගහන දෙකක මධ්‍යනයන්ගේ අන්තරය ආශ්‍රිත ව්‍යාපාරික තීරණ ගරනීම සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය භාවිත කිරීම

සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයෙහි අන්තරය ($\mu_1 - \mu_2$) සඳහා විශ්‍රාමික සීමාව/ප්‍රාන්තර නිමානය

සංගහන මධ්‍යන්‍යයන් දෙදක අන්තරය සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය පහත සඳහන් ශිර්ෂයන් යටතේ අධ්‍යනය කළ හැකිය

I. විචලතාවය දන්නා (σ^2) ප්‍රමත සංගහන දෙකක අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

II. විචලතාවය දන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන්ගේ අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

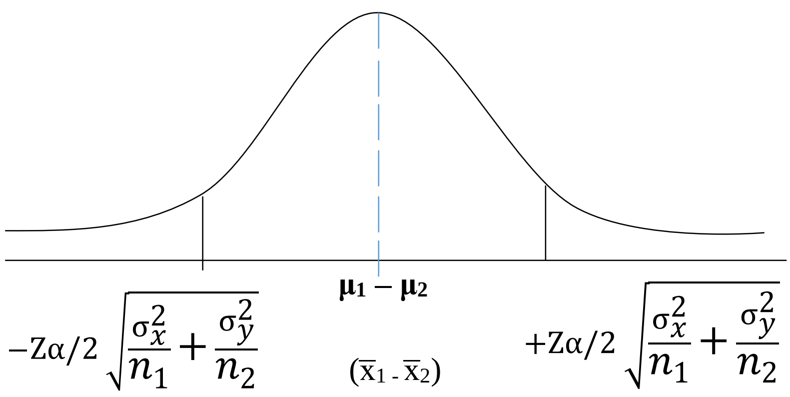
III. විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන්ගේ අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

IV. විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන්ගේ අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

V. විචලතාවන් නොදන්නා නමුත් විචලතාවන් සමාන ප්‍රමත සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයෙහි අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

(I.) විචලතාවය දන්නා ප්‍රමත සංගහන දෙකක අන්තරය සඳහා විශ්‍රමින සීමා

එහි විචලතාවයන් දන්නා විට නියැදි තරම විශාල වුවත් කුඩා වුවත් ($n \leq 30, n \geq 30$) සංගහන මධ්‍යන්‍යය අන්තරය සඳහා හොඳම නිමානය ලෙස නියැදි මධ්‍යන්‍යය අන්තරය වන $\bar{x}_1$ සහ $\bar{x}_2$ භාවිත කළ හැකිය.



මෙම තත්වය යටතේ සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යය සඳහා ප්‍රාන්තර නිර්මාණය කිරීමේදී එය පහත අයුරින් ගණනය කළ හැකිය.

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

හෝ

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Z\alpha / 2\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

උදාහරණ

ආයතන එක නිපදවන භාණ්ඩ වර්ග දෙකක ඉල්ලුමේ σ^2 අගයන් පිළිවෙලින් ඒකක 35 හා 45ක් වේ. මෙම භාණ්ඩ වර්ග දෙකෙහි ඉල්ලුම් තත්ත්වය පිළිබඳ පාරිභෝගිකයින් 30 බැගින් ලබාගෙන කරන ලද අධ්‍යනයේ දී පළමු භාණ්ඩ වර්ගය $\bar{x}$ = 30 ද, දෙවන භාණ්ඩ වර්ගය $\bar{x}$ = 25ක් ද වූයේ නම් 95% විශ්‍රම්භ මට්ටමේ දී භාණ්ඩ වර්ග දෙකෙහි මධ්‍යන්‍ය අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව ගොඩනගන්න.

$\sigma^2 = 35$ $\qquad$ $\bar{x}_1 = 30$

$\sigma^2 = 45$ $\qquad$ $\bar{x}_1 = 25$

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$= (30 - 25) \pm 1.96\sqrt{\frac{35}{30} + \frac{45}{30}}$$

$$= 5 \pm 1.96 \times 1.632$$

$$(1.8, 8.2)$$

$1.8 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 8.2$

(II.) විචලතාවය දන්නා (σ^2) ප්‍රමත නොවන සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන් දෙකක අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

සංගහනයක් ව්‍යාප්ත වනුයේ ප්‍රමත ආකාරයට වුවත් නොවුවත් $n \leq 30$ වන විට මධ්‍යනය අතර අන්තරයේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමත ව පිහිටයි.ඒ අනුව මෙහිදී ද සංගහන මධ්‍යනය අන්තරය සඳහා පහත පරිදි විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර සීමා ගොඩනැගේ.

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

උදාහරණ

එක්තරා ආයතනයක නිපදවන බැටරි වර්ග 2න් පළමු වර්ගයේ බැටරි 100ක් ගෙන පරීක්ෂා කළ විට පැය 1500ක් විය. පැය 80කි. දෙවන වර්ගයේ බැටරි 200ක නියැදියක් ගෙන පරීක්ෂා කළ විට පැය 1000ක් ද පැය 70ක් ද බව අනාවරණය විය. මෙම විදුලි බුබුළු වර්ග 20ක මධ්‍යනය අතර අන්තරයන් සඳහා 95% විශ්‍රම්භ සීමා ගොඩනගන්න

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$= 500 \pm 1.96\sqrt{\frac{8100}{150} + \frac{6400}{250}}$$

$$= 500 \pm 1.96 \times 8.922$$

$$(482.513,\ 517.487)$$

$$482.513 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 517.487$$

මේ අනුව පෙනී යන්නේ $\mu_1 - \mu_2$ යන්න 483ත් 518 අතර පිහිටන බවයි.

(III.) විචලතාවය (σ^2) නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහන දෙකක μ ගේ අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

සංගහනයක විචලතාවය (σ^2) නොදන්නා නමුත් $n \leq 30$ නම් මධ්‍යනය අතර අන්තරය නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ආසන්න වශයෙන් ප්‍රමතව පිහිටන බැවින් S^2 සංගහන විචලතාවය සඳහා යෝග්‍ය නිමනකයක් වේ. මේ නිසා සංගහන විචලතාවය (σ^2) නොදන්නා නමුත් ඒ සඳහා S^2 ආදේශ කළ හැකිය.

අනෙක් අතට සංගහනය ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත නොවුනත් $n \leq 30$ නම් මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයට අනුව නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමත වන බැවින් ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක තත්වය සලකා පහත ආකාරයට μ අතර අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ ගොඩනැගිය හැක.

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

උදාහරණ

යන්ත්‍ර 2කින් නිපදවන භාණ්ඩ වලින් පිළිවෙලින් 150ක් හා 200 බැගින් වූ නියදී ලබාගෙන එම භාණ්ඩ වල මධ්‍යනය බර ගණනය කරන ලදී. ඒ අනුව පළමු යන්ත්‍ර නිපදවූ භාණ්ඩවල $\bar{x}$=15.5g ද, දෙවන යන්ත්‍රය නිපදවන ලද භාණ්ඩ වල බර $\bar{x}$ =15.2gද වේ. පළමුව n ට අදාල σ =0.5g 2ට අදාල σ =0.8gද විය. 90% විශ්‍රම්භ මට්ටම ගොඩනගන්න.

n = 150	n = 200
$\bar{x}_1$=15.5g	$\bar{x}_2$=15.2g
σ =0.5g	σ =0.8g
Z_c = 1.64	

$$(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Zc\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$= 0.3 \pm 1.64\sqrt{\frac{0.25}{150} + \frac{0.64}{200}}$$

$$= 0.3 \pm 1.64 \times 0.069$$

$$= 0.3 \pm 0.113$$

$$(0.186, 0.413)$$

මෙයින් පිළිබිඹු වන්නේ භාණ්ඩවල මධ්‍යනය වල අන්තරය 0.183ත් 0.413ත් අතර අගයක් ගන්නා බවයි

(IV.) විචලතාවන් (σ^2) නොදන්නා නමුත් විචලතාවන් සමාන ($\sigma^2_1 = \sigma^2_2$) ප්‍රමත සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයෙහි (μ) අන්තරය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා

මෙවැනි අවස්ථාවක සංගහන දෙකෙහි විචලතාවයන්හි අගයන් නිශ්චිත වශයෙන් නොදන්නා බව පැහැදිලිය. නමුත් සංගහන දෙකෙහිම විචලතාවයන් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් සමාන බව දනී නම් සංගහන දෙකෙහි මධ්‍යන්‍ය සඳහා විශ්‍රම්භ සීමාව පහත පරිදි ගොඩ නැගිය හැක. මෙම අවස්ථාවේ දී හොඳ නිමානකයක් ලෙසට නියැදි දෙකෙහි සංයෝජන විචලතාව යොදා ගත හැකිය.

$$V(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = V(\bar{x}_1) + V(\bar{x}_2)$$

$$\sigma^2 (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}$$

$$= S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$$

මෙහි S_p^2 යනු නියැදි දෙකෙහි විචලතාවයේ භරිත මධ්‍යන්‍යයයි.

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

එවිට සංයෝග සම්මත අපගමනය පහත පරිදි දැක්විය හැකිය.

$$Sp = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

මෙහි සුචලන අංකයේ අගය ලබාගන්නේ නියැදි දෙකෙහි සුචලන අංක වල එකතුවෙනි. එය පහත පරිදි වේ.

$$df = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

$$= n_1 + n_2 - 2$$

මේ අනුව df යටතේ ලැබෙන t ව්‍යාප්තිය නිමානය සඳහා යොදා ගනී. ඒ අනුව පහත සූත්‍රය ආදේශකයක් ලෙස යොදා ගනී.

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2}\ Sp\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

උදාහරණ

තඹ කුඩුවලින් වාෂ්ප වීමකින් තොරව පාලනය කරන ලද තත්ත්වයක් යටතේ නිෂ්පාදනාගාරයක් තුළ තඹ කැබලි නිපදවන අතර එසේ නිපදවන තඹ කැබලිවල සවිවරතාවය මනින ලදි. නියැදිය කොටස් 3ක් වූ අතර එහි $\overline{x}_1=0.25$ හා $S21=0.0020$කි. මෙම ක්‍රමයට වෙනත් නිෂ්පාදනාගාරයක නිපද වූ තඹ කැබැලිවල ස්වායක්ත සවිවරතාව පිළිබඳ $n_2=4$ක නියැදියේ $\overline{x}2=0.18$ක් හා $S^2_2=0.0030$කි. මෙම නිෂ්පාදනාගාර 2 නිපදවන තඹ කැබලිවල μ වල වෙනස($\mu_1 - \mu_2$) සඳහා 95% විශ්‍රම්භ සීමාව ගොඩනගන්න.

විසඳුම

උපකල්පන

- නිෂ්පාදනාගාර දෙකෙහි තඹ නිපදවන සවිවරතාවයන්ගේ මිනුම් පිළිබඳව සංගහන දෙකම ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක පිහිටයි.
- σ^2 ආසන්න වශයෙන් සමාන බව

එවිට ප්‍රාන්තර නිමානය සඳහා t ව්‍යාප්තිය යොදා ගත හැකි වනු ඇත

$$S = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.002\times 2)+(0.003\times 3)}{3\times 4-2}}$$

$$= 0.036$$

$$(\mu_1-\mu_2) = (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \pm t_{\alpha/2}\ Sp\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$= 0.070 \pm 2.571 \text{ x } 0.040\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$$

$$= 0.05 \pm 2.571 \text{ x } 0.0304$$

$$= 0.05 \pm 0.078$$

$$(-0.008,\ 0.148)$$

$$-0.008 \le \mu_1-\mu_2 \le 0.148$$

මේ අනුව නිෂ්පාදන වල සවිවර තත්ත්වයෙහි ($\mu_1 - \mu_2$) -0.008ත් 0.148ත් අතර පිහිටයි.

(V.) විචලතාවය නොදන්නා සංගහන 2ක් $\mu_1 - \mu_2$ සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය කිරීම

මේ සඳහා පහත සූත්‍රය භාවිතා කර අගය ලබාගත හැක

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} \; Sp \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

සංගහන සමානුපාතය ආශ්‍රිත ව්‍යාපාරික තීරණ ගැනීමට ප්‍රාන්තර නිමානය භාවිතා කිරීම

සංගහන සමානුපාතය (π) සඳහා ප්‍රාන්තර නිමානය

සංගහනය ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වුවත් නියැදිය (n) විශාල විට නියැදි සමානුපාත වල (p) නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ආසන්න ලෙස ප්‍රමතව පිහිටයි. සංගහනයක සමානුපාතය (P) වලින්ද, නියැදි සමානුපාතය(p) ලෙසද, නියදි තරම(n) වලින්ද ප්‍රකාශ කළ විට නියදි සමානුපාතයෙ නියැදුම් ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍ය μ_p හා විචලතාවය $\frac{P(1-P)}{n}$ සහිතව ප්‍රමත ව්‍යාප්ත වේ.

මෙය පහත පරිදි දක්වයි.

$$P \sim N = P, \frac{P(1-P)}{n}$$

දී ඇති විශ්‍රම්භ මට්ටමක් යටතේ නියැදි දත්ත ඇසුරෙන් සංගහන සමානුපාතය ඇතුළත් විය හැකි අගය පරාසයක් නිමානය කිරීම, සංගහන සමානුපාත සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර ගොඩනැගීම ලෙස හඳුන්වයි. ඒ අනුව සංගහන සමානුපාත π සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරය,

$$P \pm Z_{\propto/2}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

නියැදි සමානුපාතයෙහි සම්මත දෝෂය $\frac{\pi(1-\pi)}{n}$ වන නමුත් π වෙනුවට නියැදි සමානුපාතය වන p නිමානය කරනු ලබන බැවින් නිමානික සම්මත දෝෂය $\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$ මගින් ලැබේ

සංගහන සමානුපාතය සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර විශාල නියැදි මගින් ලබාගන්නා නිසා නියැදි සමානුපාතයයේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමත ව්‍යාප්තියට ආසන්න වන හෙයින් විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර නිමානය කිරීම සඳහා සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය යොදාගත හැකිය

උදාහරණ 01

කිසියම් ආයතනයක් මුද්‍රණය කරනු ලබන පොත් 150ක් පරීක්ෂා කළ විට එයින් පොත් 6ක් දෝෂ සහිතය. සියලුම භාණ්ඩ වල සදොස් P සඳහා 90% පරීක්ෂා කරන්න.

$P = 6/150 = 0.04$

$Z_c = 1.64$

$n = 200$

$$P \pm Z_c \sqrt{\frac{PQ}{n}}$$

$$0.04 \pm 1.64 \sqrt{\frac{0.04 \times 0.96}{150}}$$

$$0.04 \pm 0.026$$

(0.014, 0.066)

$(0.014 \leq \pi \leq 0.066)$

මේ අනුව කෑම කැබැල්ලක අඩංගු රසකාරක වල සාමාන්‍ය සමානුපාතය 0.014ත් හා 0.066ත් අතර අගයක් ගන්නා බවයි.

උදාහරණ 02

කිසියම් ආයතනයක් නිපදවන ආහාර වර්ගයක ඇතුළත් විය හැකි රසකාරක ප්‍රමාණය ප්‍රමිතියට අනුකූල වීමේ P=0.05කි. ආයතනයේ තෝරාගනු ලැබූ කෑම වර්ගයෙන් කැබලි 200කින් 20ක් ප්‍රමිතියට අනුකූල නොවන බව අනාවරණය වූයේ නම් සියලු කැබලි P සඳහා සංගහන සඳහා විශ්‍රම්භ සීමා ගොඩනගන්න.(95%)

$P = 0.05$

$Z_c = 1.96$

$p = 20/200 = 0.1$

$n = 200$

$$P \pm Z_c \sqrt{\frac{PQ}{n}}$$

$$0.1 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{200}}$$

$$0.01 \pm 0.0302036$$

(0.0697964, 0.1302036)

$(0.0697964 \leq \pi \leq 0.1302036)$

මේ අනුව කෑම කැබැල්ලක අඩංගු රසකාරක වල සාමාන්‍ය සමානුපාතය 0.1302ත් හා 0.0697ත් අතර අගයක් ගන්නා බවයි.

සංගහන 2ක සමානුපාතයන්ගේ අන්තරය $\pi_1 - \pi_2$ සඳහා විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තර නිමානය

සංගහන සමානුපාත දෙකක අන්තරය සඳහා (1-α)% විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරය පහත පරිදි ගොඩ නැගිය හැකිය

සංගහනයක් ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වුවත් නැතත් නියැදි තරම විශාල වන විට නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමතව පිහිටන බව අප දනිමු. මෙහිදී සංගහනයන් දෙක නොදන්නා අතර සංගහන සඳහා ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක නියැදි සමානුපාතය ආදේශ කිරීම සිදුකරයි. එබැවින් සංගහන සමානුපාතයන්ගේ අන්තරය සඳහා පහත ආකාරයට විශ්‍රම්භ සීමා ගොඩනැගිය හැකිය.

$$(P_1 - P_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

හෝ

$$(P_1 - P_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{P_1 Q_1}{n_1} + \frac{P_2 Q_2}{n_2}}$$

උදාහරණ

A හා B නම් ජංගම දුරකතන වර්ග දෙකකට පාරිභෝගික රුචිකත්වයන් පිළිබද පාරිභෝගිකයන් 200 දෙනෙකු බැගින් ගෙන වෙළඳපොළ සමීක්ෂණයක් පවත්වන ලදැයි සිතන්න. මෙහි A වර්ගයට පාරිභෝගිකයන් 120 ද B ට පාරිභෝගිකයන් 100ද රුචිකත්වය දැක්වූයේ නම් 95% විශ්‍රම්භ සීමාව ගොඩනගන්න.

$P_1 = 0.6$ (120/200) $Q_1 = 0.4$

$P_2 = 0.5$ (100/200) $Q_2 = 0.5$

$Z_c = 1.96$

$n_1 / n_2 = 200$

$$(P_1 - P_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{P_1Q_1}{n_1} + \frac{P_2Q_2}{n_2}}$$

$$(0.6 - 0.5) \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{200} + \frac{0.5 \times 0.5}{200}}$$

$0.1 \pm 1.96 \times 0.04949$

0.1 ± 0.097

(0.003, 0.197)

$(0.003 \leq \pi_1 - \pi_2 \leq 0.197)$

ජංගම දුරකතන වර්ග දෙකට පාරිභෝගික රුචිකත්වය 0.003ත් 0.197ත් අතර පිහිටන බව කිව හැක

ව්‍යාපාරික තීරණ ගැනීම සඳහා සංඛ්‍යාන කල්පිත පරීක්ෂාව යොදා ගැනීම.

සංඛ්‍යාන කල්පිත පරීක්ෂාව හා සම්බන්ධ සංකල්ප

කල්පිතය

සසම්භාවී විචල්‍යයක ව්‍යාප්තිය පිළිබඳ හෝ සංගහන පරාමිතියක් පිළිබඳව හෝ තාර්කිකව ගොඩ නගන ලද උපකල්පනයක් නැතහොත් අනුමානයක් සංඛ්‍යාන කල්පිතය වේ.

උදා

බේකරිය නිෂ්පාදනය කරන ලද පාන් ගෙඩියක බර 450g කි.

සංඛ්‍යාන කල්පිත පරීක්ෂාව

සංගහනයෙන් සසම්භාවීව නියැදියක් තෝරාගෙන අදාළ ක්‍රියාවෙහි සත්‍යතාව තහවුරු කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් තොරතුරු එම නියැදියෙන් ඉදිරිපත් වේදැයි සොයා බැලීම කල්පිත පරීක්ෂාවයි.

සංඛ්‍යාන කල්පිත පරීක්ෂාව යොදාගනනා අවස්ථාවන්

භාණ්ඩයක වෙළෙඳපොළ ඉල්ලුම කෙරෙහි භාණ්ඩයේ ඇසුරුම තුළ සිදුකළ වෙනස බලපා තිබේද?

- නව යන්ත්‍රයක් හඳුන්වාදීම තුළින් ව්‍යාපාරයේ වර්ධනයක් සිදුවී තිබේද?

අප්‍රතිෂ්ධෙය කල්පිතය (H_0)

කල්පිත පරීක්ෂාවේදී පරාමිතිය හෝ ව්‍යාප්තිය පිළිබඳව තාවකාලිකව සත්‍ය යැයි පිළිගනු ලබන ප්‍රකාශනය අප්‍රතිෂ්ධෙය කල්පිතය වේ.

වෛකල්පිත කල්පිතය (H_1)

අප්‍රතික්ෂේපය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂේප වන විට එමඟින් සත්‍ය යැයි හැඟෙන ඊට එරෙහි ප්‍රකාශනය වෛකල්පිත කල්පිතය වේ.

නොදන්නා සංගහන පරාමිතියක් වන   සඳහා කල්පිත ප්‍රකාශන මූලික වශයෙන් ආකාර 3 කි.

1. H_0 ; $\theta = \theta_0$

   H_0 ; $\theta \neq \theta_0$

2. H_0 ; $\theta = \theta_0$

   H_0 ; $\theta \neq \theta_0$

3. H_0 ; $\theta = \theta_0$

   H_0 ; $\theta \neq \theta_0$

සරල කල්පිතය

කල්පිතය සත්‍ය වන විට අදාළ සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සම්පූර්ණයෙන්ම තීරණය වේ නම් එය සරල කල්පිතයකි.

H_0 ; $\mu = \mu_0$

සංයුක්ත කල්පිතය

කල්පිතය සත්‍ය වන විට අදාළ සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සම්පූර්ණයෙන්ම තීරණය නොවේ නම් එය සංයුක්ත කල්පිතයකි

H_1 ; $\mu = \mu_0$

H_1 ; $\mu < \mu_0$

H_1 ; $\mu > \mu_0$

* σ නොදන්නා විට, H_0 ; $\mu = \mu_0$

කල්පිත පරීක්ෂාවේ දෝෂ

පළමු ප්‍රරූප දෝෂය

- සත්‍ය අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂේප කිරීමෙන් ඇතිවන දෝෂයයි.

දෙවන ප්‍රරූප දෝෂය

- අසත්‍ය අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂේප නොකිරීමෙන් ඇතිවන දෝෂයයි.

α = P(1 ප්‍රරූප දෝෂය) = P(H_0 ප්‍රතික්ෂේප කිරීම/ H_0 සත්‍ය විට)

β = P(2 ප්‍රරූප දෝෂය) = P(H_0 ප්‍රතික්ෂේප නොකිරීම/ H_0 අසත්‍ය විට)

වෙසෙසියා මට්ටම (α) / කල්පිත පරීක්ෂාවේ තරම

කල්පිත පරීක්ෂාවකදී පළමු ප්‍රරූප දෝෂය සිදුවිය හැකි උපරිම සම්භාවිතා මට්ටම වෙසෙසියා මට්ටම ලෙස හැඳින්වේ.

පරීක්ෂාවක බලය

H_0 අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය අසත්‍ය විට එය ප්‍රතික්ෂේප කිරීමේ සම්භාවිතාව පරීක්ෂාවේ බලය නම් වේ.

පරීක්ෂාවක බලය $= 1 - \beta$

දෙවන ප්‍රරූප දෝෂය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව නැතහොත් β හි අගය අවම වන විට පරීක්ෂාවේ බලය උපරිම වේ.

දෙවන ප්‍රරූප දෝෂය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව වැඩිවන විට පරීක්ෂාවේ බලය අඩු වේ.

එබැවින් පරීක්ෂාවේ බලය දෙවන ප්‍රරූප දෝෂයට ප්‍රතිලෝම වශයෙන් සමානුපාතික වේ.

පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය

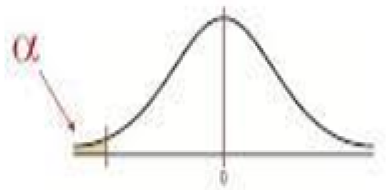
අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය සත්‍ය විට සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සම්පූර්ණයෙන්ම තීරණය සංඛ්‍යාතියක් පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය වේ.

උදා :- ප්‍රමත ව්‍යාප්තියකට අදාළව Z පරීක්ෂාව

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma 2 / \sqrt{n}}$$

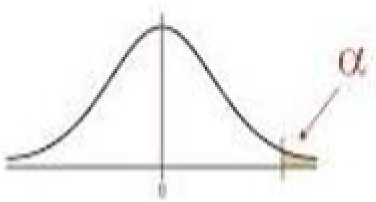
තනි වල්ග පරීක්ෂාව

පූර්ව තොරතුරු වලට අදාළව වෛකල්පිතය යටතේ පරාමිතියට ලබාගත හැක්කේ එක් දිශාවකට වෙනස් වන අගයන් පමණක් නම් අදාළ කල්පිත පරීක්ෂාව තනි වල්ග පරීක්ෂාවකි.



$H_0 ;\ \mu = \mu_0$

$H_1 ;\ \mu < \mu_0$

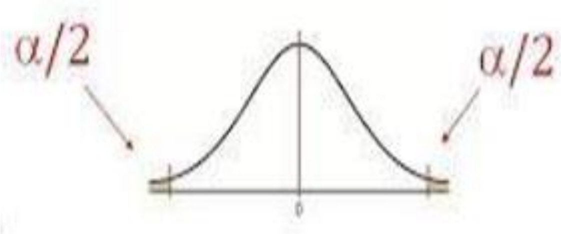


$H_0 ;\ \mu = \mu_0$

$H_1 ;\ \mu > \mu_0$

ද්විවල්ග පරීක්ෂාව

පූර්ව තොරතුරු වලට අදාළව වෛකල්පිතය යටතේ දෙපසටම වෙනස් වන අගයන් පරාමිතියට ලබාගත හැකි නම් කල්පිත පරීක්ෂාව ද්විවල්ග පරීක්ෂාවකි.



H_0 ; $\mu = \mu_0$

H_1 ; $\mu \neq \mu_0$

අවධි පෙදෙස

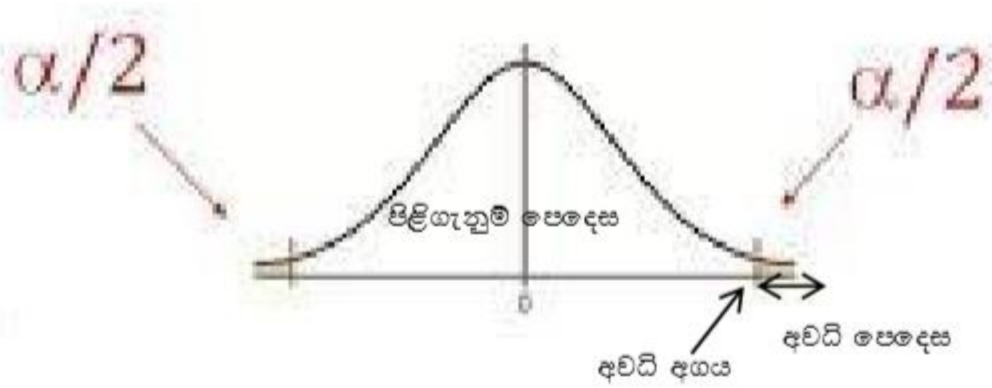
H_0 අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂේප කිරීමට අදාළ වන නයි ැදි අවයවයන් සහති ශ්‍රිතයෙහි අගයන් ඇතුළත් ප්‍රදේශයයි.

පිළිගැනුම් පෙදෙස

H_0 අප්‍රතිෂ්ඨෙය කල්පිතය පිළිගැනීමට අදාළ වන නියැදි අවයවයන් සහති ශ්‍රිතයෙහි අගයන ඇතුළත් ප්‍රදේශයයි.

අවධි අගය

තෝරාගත් වෙසෙසියා මට්ටමකට අනවු පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතියක සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියෙහි අවධි පෙදෙස වෙන්කර දෙනු ලබන සීමාවෙහි පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතියෙහි අගයයි.



P අගය

පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය අනුව අප්‍රතිෂ්ධේය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂෙප් කිරීමට ඇති අවම සම්භාවිතා මට්ටමයි.

කල්පිත පරීක්ෂාවක පියවර

1. සුදුසු කල්පිත ගොඩනැගීම
   - අප්‍රතිෂ්ධේය කල්පිතය (H_0)
   - වෛකල්පිත කල්පිතය (H_1)
2. නියදුම් ව්‍යාප්තිය ආශ්‍රයෙන් පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය ලබා ගැනීම
3. සුදුසු වෙසෙසියා මට්ටමකට අනුරූපව අවධි අගය ගණනය කිරීම
4. අප්‍රතිෂ්ධේය කල්පිතය ප්‍රතික්ෂේප කිරීම හෝ නොකිරීම

සංගහන මධ්‍යන්‍යය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

➢ සංගහනයේ විචලතාවය දන්නා ප්‍රමත සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

සංගහන මධ්‍යන්‍යය μ සහ විචලතාවය σ^2 වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක ඇතැම් විට නියැදි මධ්‍යන්‍යයේ ව්‍යාප්තියද ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වන අතර නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය $\mu_{\bar{x}} = \mu$ ද නියැදුම් ව්‍යාප්තියේ විචලතාවය $\sigma^2{}_x = \sigma^2/n$ වේ.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- සංගහන විචලතාවය නොදන්නා ප්‍රමත සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව (විශාල නියැදි)

  මෙහිදී σ^2 නොදන්නා නමුත් නියැදි තරම විශාල වන විට $(n \geq 30)$ නියැදි විචලතාවය (s^2) සංගහන විචලතාවය (σ^2) සඳහා නිමානකයක් ලෙස යොදා ගැනේ.

  එවිට පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය වනුයේ

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

- සංගහනය ප්‍රමත වන සංගහන විචලතාවය නොදන්නා කුඩා නයිදි සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

  සංගහනයේ විචලතාවය σ^2 නොදන්නා සංගහනයේ μ සඳහා අනුමිතීන් කිරීමට කුඩා නියැදි $(n < 30)$ යොදාගන්නා අවස්ථාවලදී විශාල නියැදි සඳහා යොදාගත් ආකාරයට අනුගමනය කළ නොහැක. මෙහිදී t ව්‍යාප්තිය පදනම් කර ගනී.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

- විචලතාවය දන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව නියැදි තරම විශාල වන $(n \geq 30)$ සංගහනයේ ව්‍යාප්තිය කුමක් වුවද මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේයට අනුව නියැදි මධ්‍යන්‍යයේ නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වේ.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

- විචලතාවය σ^2 නොදන්නා ප්‍රමත නොවන සංගහනයක මධ්‍යන්‍යය μ සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

  මෙහිදී සංගහන විචලතාවය (σ^2) නොදන්නා නිසා ඒ වෙනුවට නියැදි (S^2) නිමානකයක් ලෙස භාවිතා කරනු ලබයි. ඒ සඳහා n විශාල විය යුතුය. තවද සංගහනය ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත නොවන බැවින් නියැදි $\bar{x}$ වල නියැදුම් ව්‍යාප්තිය ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වීමට නම් n විශාල විය යුතුය.

සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන්ගේ අන්තරය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

ප්‍රමත සංගහන දෙකක මධ්‍යන්‍යයන්ගේ අන්තරය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

- සංගහනයන් ස්වායක්තව ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වී සංගහන විචලතාවයන් σ^2_x හා σ^2_y දන්නා විට

$$\text{පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය}(Z) = \frac{(\bar{x}-\bar{y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x}+\frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$$

- සංගහන ව්‍යාප්තිවල ස්වරූපයන් නොදන්නා විට නියැදි තරම n_x , $n_y > 30$ නම් මධ්‍ය සීමා ප්‍රමේය අනුව

$$\text{පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය}(Z) = \frac{(\bar{x}-\bar{y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x}+\frac{s_y^2}{n_y}}}$$

- සංගහන විචලතාවය සමාන වන පරිදි ස්වායක්තව ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වන විට නයිැදි තරම n_x , $n_y \leq 30$

$$\text{පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය}(t) = \frac{(\bar{x}-\bar{y})-(\mu_x-\mu_y)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}}}$$

සංගහන සමානුපාතය සඳහා කල්පිත පරීක්ෂාව

පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය

$$Z = \frac{p-\pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

$$P = \frac{\text{දෝෂ සහිත භාණ්ඩ ගණන}}{\text{නියැදි ගණන}}$$

π = සදොස් අනුපාතය

n = නියැදි ගණන

සංගහන සමනුපාතන දෙකක අන්තරය සඳහා කල්පිත පරීක්ශාව

නිමානය පිළිබඳ පරිච්ඡේදයේ දී දැක්වූ ආකාරයට නියැදි තරම විශාල වන විට සංගහන සමානුපාතයන් π_1 , π_2 වන සංගහන දෙකකින් ලබාගන්නා නියැදි සමානුපාත P_1, P_2 නම්,

P_1, P_2 හි **ව්‍යාප්ති මධ්‍යන්‍යය**,

$$\mu_{p_1 - p_2} = \pi_1 - \pi_2$$ සහ

විචලතාවය,

$$\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \pi_2(1-\pi_2)$$

වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියට ආසන්න වේ.

එහෙත් සංගහන දෙකේ විචලතාවයන් නොදන්නා බැවින් ඒ වෙනුවෙන් P_1 සහ P_2 නිමානය ලෙස යොදාගත හැකිය. මේ නිස සංගහන විචලතාව අ..ත අවස්තාවේ පරීක්ශා සංඛ්‍යාතිය,

$$Z = \frac{(P_1-P_2) - (\pi_1-\pi_2)}{\sqrt{\frac{P_1Q_1}{n_1}+\frac{P_2Q_2}{n_2}}}$$ හෝ

$$Z = \frac{(P_1 - P_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\bar{P}\bar{Q}\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

මගින් ලැබේ. මෙහි,

$P_1 = X_1/n_1$ හා $P_2 = X_2/n_2$ ලෙස නියැදි දෙකේ සමානුපාතය වේ.

$$\bar{P} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{Q} = 1 - P$$

මෙහිදී අප්‍රතිෂ්ඨේය කල්පිතය ලෙසට $\pi_1 - \pi_2 = 0$ සලකන නිසා ඉහත සූත්‍රයන්,

$$Z = \frac{(P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1Q_1}{n_1} + \frac{P_2Q_2}{n_2}}} \quad \text{හෝ} \quad Z = \frac{(P_1 - P_2)}{\sqrt{\bar{P}\bar{Q}\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

ලෙසට දෙක්විය හැකිය.

උදාහරණය;

පෙණහලු රෝගාබාදය වැළදීමේ ප්‍රවනතාව පිලිබද කරන ලද සමීක්ෂණයකදී නාගරික ජනතාවගෙන් 100ක නියැදියක් ගත් අතර ඉන් 70ක් පෙණහලු රෝගාබාදයෙන් පෙලෙයි. ග්‍රාමීය ජනතාවගෙන් ගත් 100ක නියැදියෙන් 60ක් පෙණහලු රෝගාබාදයෙන් පෙලෙයි. මෙම ජන කොට්ඨස දෙකෙහි පෙණහලු රෝග වැළදීමේ ප්‍රවනතාවයේ වෙනසක් ඇත්දැයි 5%ක වෙසෙසියා මට්ටමකදී පරීක්ශා කරන්න.

$H_o; P_1 = P_2$ $\quad P_1 = 70/100 = 0.7$ $\quad n_1 = 100$

$H1; P_1 \neq P_2$ $\quad P_2 = 60/100 = 0.6$ $\quad n_2 = 100$

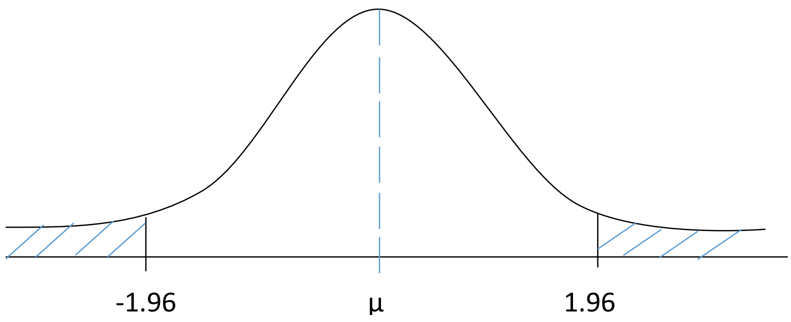
$$Z = \frac{(P_1 - P_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\frac{P_1Q_1}{n_1} + \frac{P_2Q_2}{n_2}}}$$

$Q1 = 1 - p1 = 1 - 0.7 = 0.3$

$$= \frac{(0.7 - 0.6) - 0}{\sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{100} + \frac{0.6 \times 0.4}{100}}}$$

$Q2 = 1 - p2 = 1 - 0.6 = 0.4$

$= 1.49$



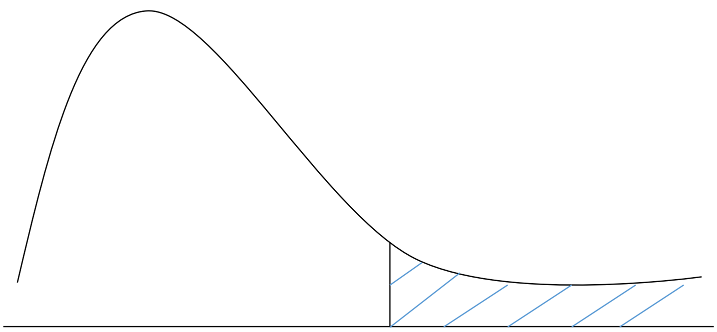
පරීක්ෂා සංඛ්‍යාතිය පිළිගැනුම් ප්‍රදේශයේ පතිත වන නිසා Ho පිළිගැනේ.

ව්‍යාපාරික තීරණ ගැනීම සඳහා කයි වර්ග (chi-square) පරීක්ෂාව

ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වන විචලතාවය (σ^2) දන්නා සංගහනයකින් ලබාගන්නා තරම n නියැදිවල $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ යන අගයේ සම්භාවිතා ව්‍යප්තිය කයි වර්ග ව්‍යප්තියක් ලෙසට හඳුන්වා දිය හැකිය.

χ^2 ව්‍යාප්තියේ ගුණාංග

1. χ^2 අගයන් 0 හෝ 0 සිට ධන අගයන්ට ව්‍යප්ත වේ.
2. χ^2 සමමිතික නොවේ. දකුණට කුටික ව්‍යප්තියක් පෙන්වයි.
3. χ^2 ව්‍යප්තිය විවිධ df අගයන්ට අදාලව පිහිටයි.



χ^2 (df , α)

මෙහි df n-1 වේ.

χ^2 පරීක්ෂාවක පරීක්ෂණ සංඛ්‍යතිය

$$\chi 2 = \frac{\sum(O-E)^2}{E}$$

මෙහිදී,

O = නිරීක්ෂිත සංඛ්‍යතයන්

E = අපේක්ෂිත සංඛ්‍යතයන්

මෙයින් ලැබෙන χ^2 අගය X^2 (df,∝) වගු අගය ඉක්මවයි නම් Ho ප්‍රතික්ෂේප කරයි.

χ^2 ව්‍යාප්තිය යටතේ පරීක්ෂණ වර්ග දෙකක් පිළිබඳව අවධානය යොමුකල හැකිය. එවා නම්,

1. නේක විධ පරීක්ෂාව

පහත දැක්වෙන ලක්ෂණ පවතීනම් එය නේක විධ පරීක්ෂාවක් ලෙස හඳුන්වයි.

I. එක සමාන ස්වායක්ත නැහැසුම් බ සංඛ්‍යාවක් පැවතීම.

II. සෑම නැහැසුමකින්ම ලැබෙන ප්‍රතිඵල වගුවේ නිශ්චිත වූ එක් එක් කෝෂවලට අයත් වේ.

III. t සෑම කෝෂයකටම අයත් සම්භාවිතාව පරීක්ෂණ කාලය තුල නිශ්චිතව පවතී.

IV. පරීක්ෂණයට නිරීක්ෂිත සංඛයාත සමූහයක් ඇතුලත් වේ.

2. ආපතිකතා වගුව සම්බන්ධ අනුමිතීන්

ආපතිකතා වගුවක් යනු විචල්‍ය දෙකකට හෝ කීපයකට අනුව වර්ග කරන ලද නිරීක්ෂණ සමූහයක් පේළි හා තීරු සහිත්ව ලේඛනගත කිරීමෙන් ලැබෙන වගුවකි. මෙසේ විචල්‍යයන් දෙකක් හෝ කීපයක් අතර ඇති සම්බන්ධය පරීක්ෂා කිරීමට ස්වායත්තතාවය පිළිබඳ පරීක්ෂාව යොදා ගැනේ.

ස්වායත්තතාවය පිළිබඳ පරීක්ෂාව

එක් විචල්‍යයක හැසිරීම තවත් විචල්‍යයක් මත රඳා පවතී ද නැද්ද යන්න පරීක්ෂා කිරීමට ආපතිකතා වගුවක ඇතුළත් නිරීක්ෂණ සංඛ්‍යාව පදනම් කරගෙන කරනු ලබන χ^2 පරීක්ෂා පිළිබඳ මෙහිදී අධ්‍යයනය කරයි. මෙහිදී එක් එක් පේළියට හා තීරුවලට අදාල අපේක්ෂිත අගය පහත ලෙස ගණනය කල හැකිය.

$$E = \frac{\sum R \times \sum C}{N}$$

$$df = (r-1)\ (c-1)$$

උදාහරණය;

අලුතින් නිෂ්පාදනය කරන ලද සුවඳ විලවුන් වර්ගයක් මිලදී ගනු ලැබූ පාරිභෝගිකයන් 100ක නියැදියක් වයස හා ලිංග භේදය මත වර්ග කළ විට පහත ආපතිකතා වගුව ලැබී ඇත. මෙම සුවඳ විලවුන් වර්ගය මිලට ගත් පාරිභෝගිකයන්ගේ ගැහැනු පිරිමි බව වයස් මට්ටමින් ස්වායක්තදැයි 0.01 මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

වයස (අවුරුදු)	පිරිමි	ගැහැනු
20ට අඩු	25 (33)	30 (22)
20ට වැඩි	35 (27)	10 (18)

$$E = \frac{55 \times 60}{100} = 33$$

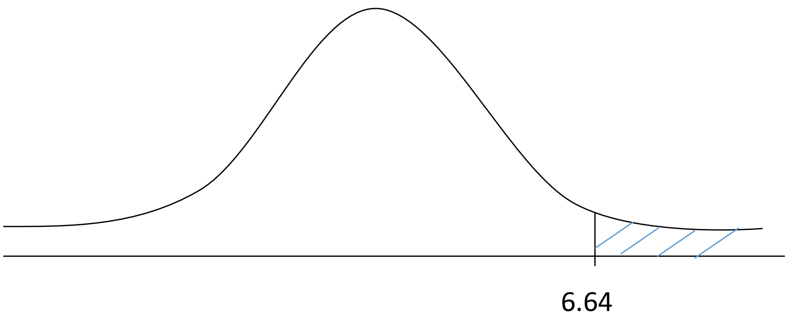
Ho; සුවද විලවුන් මිලට ගත් පාරිභෝගිකයන්ගේ ගැහැනු හෝ පිරිමි බව හා වයස් එකිනෙකට ස්වායක්ත වේ.

H1; සුවද විලවුන් මිලට ගත් පාරිභෝගිකයන්ගේ ගැහැනු හෝ පිරිමි බව හා වයස් එකිනෙකට පරායක්ත වේ.

$$X^2 = \frac{\sum(O-E)^2}{E}$$

$$= \frac{(25-33)^2}{33} + \frac{(30-22)^2}{22} + \frac{(25-27)^2}{27} + \frac{(10-18)^2}{18} = 8.55$$

χ^2 අවධි අගය = 6.64



Ho ප්‍රතික්ෂේප වේ. එනම් සබන් මිලට ගත් පරිභෝගිකයන්ගේ ගැහැනු පිරිමි බව හා වයස එකිනෙකට පරායක්ත වේ.

සද්ධාන්තික ව්‍යාප්තියක අනුසීහුමේ හොදකම පරීක්ෂා කිරීමට $\chi 2$ යොදා ගැනීම

හොදකම පරීක්ෂා කිරීම සදහා χ^2 යොදාගැනීම තුලින් වඩා නිවැරදි නිගමනයන්ට එළඹිය හැකිය. කිසියම් ව්‍යාප්තියකට අදාලව පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් හෝ ද්විපද ව්‍යාප්තියක් හෝ අනුසීහනය කල හැකිය. එමගින් අනුසීහුමේ හොදකම පරීක්ෂා කිරීමෙන් එම ව්‍යාප්තියේ ගැළපෙන/ නොගැළපෙන බව නිගමනය කල හැකිය.

ද්විපද ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය කිරීම

පහත දැක්වෙන නිදසුන මගින් මෙය දැක්විය හැකිය.

එක්තරා නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලියක් වරකට 5 බැගින් නියැදි 500ක් ගෙන පරීක්ෂා කල විට එක් එක් නියෙදියේ ඇති වූ දෝෂ සහිත භාණ්ඩ ගණන පහත දැක්වේ. මෙම දත්ත සඳහා ද්විපද ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය කර එහි හොඳකම පරීක්ෂා කරන්න. ($\propto$=0.05)

සදොස් භාණ්ඩ	0	1	2	3	4	5
වාර ගණන	150	170	120	30	20	10

Ho; නිරීක්ෂිත හා අපේක්ෂිත සංඛ්‍යාත අතර වෙනසක් නැත.

H1; නිරීක්ෂිත හා අපේක්ෂිත සංඛ්‍යාත අතර වෙනසක් ඇත.

$np = \bar{X}$ නිසා

$\bar{X} = 83$

$np = \bar{X}$

$5p = 83$

$P = 16.6$

$\mu = (1*170) + (2*120) + (3*30) + (4*20) + (5*10)$

$= 630/500$

$= 1.26$

$\mu = 5p$

$5p = 1.26$

$P = 0.25$

	0	1	2	3	4	5
P	0.2373	0.3955	0.2637	0.0879	0.0146	0.0010
E	119	198	132	44	7	0

$\chi^2 = 41.72$

$\chi^2\ (df, \propto)$

$\chi^2\ (5, 0.05) = 11.1$

Ho ප්‍රතික්ෂේප කරයි. අනුසීහනය කරන ලද ද්විපද ව්‍යාප්තියේ අපේක්ෂිත අගය සංඛ්‍යාතය හා නිරීක්ෂිත සංඛ්‍යාතය වෙනසක් ඇත.

පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය

දින 100ක් තුල විදුලිය ඇනහිටීම පිලිබඳව සංඛ්‍යාතය පහත දැක්වේ. මෙම දත්ත සඳහා පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය කරන්න.

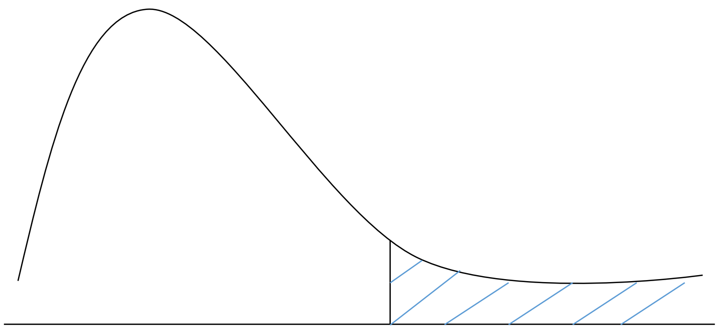
විදුලිය ඇනහිටීම	දින	Fx	O	E
0	11	0	0.1353	14
1	30	30	0.2707	27
2	25	50	0.2707	27
3	20	60	0.1804	18
4	10	40	0.0902	9
5	4	20	0.0361	4

$\mu = \bar{X} = \lambda = np$

$\bar{X} = 200/100 = 2$ $\qquad$ $5p = 2$ $\qquad$ $\lambda = 5*0.4$

$\qquad\qquad$ $P = 0.4$ $\qquad\qquad$ $= 2$

$$\chi^2 = \frac{\sum(O-E)^2}{E} = 1.44$$



11.1

Ho ප්‍රතික්ෂේප නොවේ.

සංගහන දෙකකට වැඩි ගණනක මධ්‍යන්‍යයන්හි සමානතාව පිළිබඳව තීරණ ගැනීම සඳහා විචලතා විශ්ලේෂණ ශිල්පීය ක්‍රමය භාවිතා කරයි.

විචලතා විශ්ලේෂණය (ANOVA)

ප්‍රමත සංගහන දෙකකට වැඩියෙන් ඇති අවස්ථාවලදී සංගහන මධ්‍යන්‍යය සමානදැයි පරීක්ෂා කිරීම සඳහා යොදාගනු ලබන සංඛ්‍යාත ශිල්පීය ක්‍රමය විචලතා විශ්ලේෂණයයි.

උපකල්පන

1. සංගහනය ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වී ඇති බව
2. සංගහන σ^2 ට සමාන වීම
3. සියලු නියැදි සසම්භාවී වන අතර ඒවා එකිනෙක ස්වායත්ත වීම

පියවර

1. එක් එක් නියැදියේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

   $S\bar{X} = S/\sqrt{n}$

   $S^2 = n.\ S^2\bar{X}$

2. නියැදියේ පොදු සංගහනයේ විචලතාවය (σ2) ලබාගන්න. ($MSB = S^2B$)
3. එක් එක් නියැදි තුල විචලතාවය ගණනය කර එම ගණනය කල සියලු විචලතාවයන් n-1 මගින් සංයෝජනය කරන්න. ($MSB = S^2W$)
4. මේ අනුව μ........=2μ=1μk නම් ඉහත ගණනය කල S^2B හා S^2W නිමානය පොදු සංගහනයේ විචලතාවය ගණනය කිරීම සඳහා අනභිනත නිමානය ලෙස යොදාගත හැකිය.
5. ඉහත නිරීක්ෂණයට අනුව සංගහන විචලතා අන්තරයන්ගේ කල්පිත පරීක්ෂාවන් සඳහා S^2B හා S^2W හි අනුපාතය යොදාගත හැකිය. මෙය F ව්‍යාප්තිය ලෙස හඳුන්වයි.

F ව්‍යාප්තිය

$$F = \frac{SSB}{SSW} = \frac{S^2B}{S^2W}$$

එක් අත් විචලතා විශ්ලේෂණය (One Way ANOVA)

$$F = \frac{MSB}{MSW} = \frac{MSC}{MSE}$$

පියවර

1. සියලු දත්තවල මුලු එකතුව සොයන්න. $T = \sum X_1 + \sum X_2 \ldots\ldots \sum X_n$
2. දෝෂය ගණනය කරන්න. (T^2 / N)
3. සියලුම දත්ත වර්ගවල එකතුව ගණනය කරන්න.
4. දත්තවල වර්ග එකතුවෙන් දෝෂය අඩුකර මුලු එකතුව ගණනය කරන්න. (SST)
5. නියැදි අතර වර්ග එකතුව ගණනය කරන්න. (SSC)
6. නියැදි තුල වර්ග එකතුව ගණනය කරන්න. (SSE= SST- SSC)
7. ANOVA සටහන ඇද F ගණනය කරන්න.

විචලතා විශ්ලේෂණ වගුව

විචලතා ප්‍රභවය	වර්ග එකතුව(SS)	සුවලන අගය (df)	මධ්‍යනය්‍ය වර්ගවල එකතුව	F අනුපාතය
පිරියම් කල නියැදි අතර	SSC	K-1	$MSC = \frac{SSC}{K-1}$	$F = \frac{MSC}{MSE}$
පිරියම් කල නියැදි තුල නියැදුම් දෝෂය	SSE	N-K	$MSE = \frac{SSE}{N-K}$	
මුලු එකතුව	SST	N-1		