

எறிபொருட்கள்;(Projectiles)

பறப்பு நேரம் காணல்

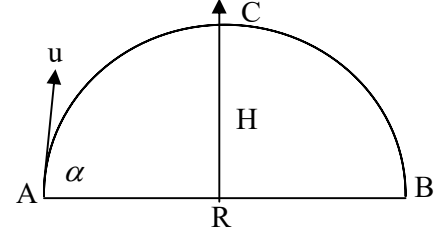
$$A \rightarrow B \uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = u \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= \frac{t}{2}(2u \sin \alpha - gt)$$

$$t = 0, t = \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

$$\text{பறப்பு நேரம் } T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$$



அதிகபுயரம் காணல்

$$A \rightarrow C \uparrow v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = (u \sin \alpha)^2 - 2g^H$$

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{அதிகபுயரம்} \quad H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

அதிகபுயரத்தை அடைய எடுத்த நேரம் காணல்

$$A \rightarrow C \uparrow v = u + at$$

$$0 = u \sin \alpha - gt$$

$$t = \frac{u \sin \alpha}{g}$$

கிடை வீச்சு காணல்

$$A \rightarrow B, \rightarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$R = u \cos \alpha \cdot t$$

$$= u \cos \alpha \cdot \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

$$= \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$R \text{ உயர் வாக } \sin 2\alpha = 1$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$R \text{ உயர்வு} = \frac{u^2}{g}$$

$\sin 2\alpha = \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ என எழுத முடியும்.

$\therefore \alpha = \theta$ அல்லது $\frac{\pi}{2} - \theta$ ஆகும் போதும்

R ஒரே பெறுமானமுடையதாகும்.

அதாவது கிடையுடன் θ அல்லது $\frac{\pi}{2} - \theta$ கோணத்தில் ஒரே வேகம் u உடன் வீசும் போது ஒரே கிடைவீச்சை பெறமுடியும்.

எறியற் பாதையின் சமன்பாடு காணல்

$$A \rightarrow P \rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

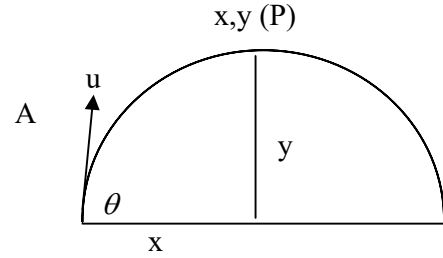
$$x = u \cos \theta t$$

$$\uparrow y = u \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = u \sin \theta \cdot \frac{x}{u \cos \theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u \cos \theta}\right)^2$$

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{u^2 \cos^2 \theta}$$

$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2} (1 + \tan^2 \theta)$$



இதுவே எறியற் பாதையின் சமன்பாடாகும்.

குறிப்பு : இது குறித்த x, y பெறுமானத்திற்கு $\tan \theta$ இன் இருபடிச்சமன்பாடாகும் ஆகவே குறித்த ஒரு புள்ளியூடாக செல்லுமாறு இரு வேறு திசைகளில் துணிக்கை எறியப்படலாம்.

பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

1. பாதையின் சமன்பாடு $y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2} (1 + \tan^2 \theta)$

2. எறியம் $P(x_1, y_1)$ ஊடாகச் செல்லின் இப்புள்ளியூடாகச் செல்ல இரு திசைகளில் எறியலாம். திசைகள் α_1, α_2 எனின் $\tan(\alpha_1 + \alpha_2) = -\frac{x_1}{y_1}$

3. எறியன் வேகம் u உடனும், எறிகோணம் α உடனும் வீசப்பட்ட துணிக்கை $(d_1, h_1), (d_2, h_2)$ என்ற புள்ளி ஊடாகச் செல்லின் $\tan \alpha = \frac{d_2^2 h_1 - d_1^2 h_2}{d_1 d_2 (d_2 - d_1)}$ என நிறுவுக.

4. எறியற்கோணம் α அதியுயரம் H எனின் பாதைச் சமன்பாடு $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{4H} \tan \theta\right)$ என நிறுவுக.

5. எறியற்கோணம் α வீச்சு R எனின் பாதைச் சமன்பாடு $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$

6. அதியுயர் உயரம் H வீச்சு R எனின் $\left(x - \frac{R}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4} - \frac{R^2 y}{4H}$

7. O என்னும் புள்ளியிலிருந்து பொருளை P(a,b) ஊடாக வீச வேண்டிய நிபந்தனை $u^2 \geq g \left[b + \sqrt{a^2 + b^2}\right]$ எனக் காட்டுக. இரு வித்தியாசமான திசைகளில் P ஊடாக செல்லுமாறு வீசலாம்.

8. h உயரமுடைய கோபுர உச்சியிலிருந்து ஒரு பொருளை (d,-h) ஊடாக வீச வேண்டிய நிபந்தனை $u^2 \geq g \left[\sqrt{a^2 + h^2} - h\right]$

9. ஒரு துணிக்கை h உயர கோபுரத்திலிருந்து u வேகத்துடன் வீசும் போது கோபுர அடி ஊடாக கிடைத்தளத்தில் பெறப்படும். அதியுயர் வீச்சு $\frac{u}{g} \sqrt{u^2 + 2gh}$

10. அதியுயர் புள்ளியை உற்பத்தியாகக் கொண்ட பாவளைவு எனக் காட்டல்.

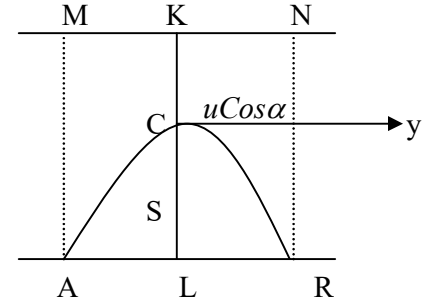
$$\rightarrow y = u \cos \alpha t, x = \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = \frac{1}{2} g \frac{y^2}{u^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y^2 = \frac{2u^2 \cos \alpha}{g} \cdot x$$

$$CS = \frac{u^2 \cos \alpha}{2g} = ck$$

$$CL = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$



$$P \text{ இன் மேல் செலுத் தியின் உயரம் } = CS + CL = \frac{u^2}{2g}$$

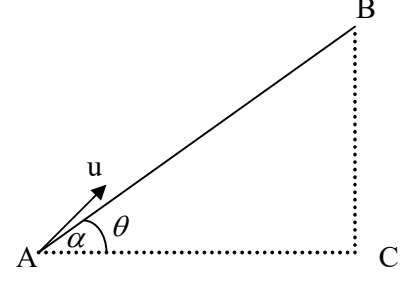
சாய்தளத்தில் எறியம் ஒன்றின் வீச்சு

$$A \rightarrow B$$

$$S = ut + \frac{1}{2} ft^2$$

$$0 = u \sin(\theta - \alpha)t - \frac{1}{2} gt \cos^2 \alpha$$

$$t = \frac{2u \sin(\theta - \alpha)}{g \cos \alpha}$$



$$AC = AB \cos \alpha = u \cos \theta \cdot t = \frac{u \cos \theta}{g \cos \alpha} \cdot 2u \sin(\theta - \alpha) = \frac{2u^2 \cos \theta}{g \cos \alpha} \sin(\theta - \alpha)$$

$$= \frac{u^2}{g \cos \alpha} [\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha]$$

$$AB = \frac{u^2}{g \cos \alpha} [\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha]$$

$$AB_{\max} = \frac{u^2}{g \cos \alpha} [1 - \sin \alpha]$$

Where $\sin(2\theta - \alpha) = 1$

$$(2\theta - \alpha) = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$$

$$\theta - \alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$$

தளத்திற்கும் நிலைக்குத்துக்கும் இடையான கோணத்தை இரு கூறாக்கும்.

$$R = \frac{u^2}{g \cos^2 \alpha} [\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha], \quad 2\theta - \alpha = \beta \text{ என்க}$$

$$R = \frac{u^2}{g \cos^2 \alpha} [\sin \beta - \sin \alpha] = \frac{u^2}{g \cos^2 \alpha} [\sin(\pi - \beta) - \sin \alpha]$$

$$2\theta - \alpha = \beta \quad 2\theta - \alpha = \pi - \beta$$

$$\theta = \frac{\beta + \alpha}{2} \quad \theta = \frac{\pi - \beta + \alpha}{2}$$

R இலும் குறைவான வீச்சை அடைய இருதிசைகளின் வீச்சு

$$\theta_1 = \frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$$

சராசரி அதியுயர் வீச்சுக் கான கோணத்தைத் தரும்.

$$R_{\max} = \frac{u^2}{g(1 + \sin \alpha)} \quad \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$$

$$I \quad \alpha = 0 \text{ எனின் } R_{\max} = \frac{u^2}{g} \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$II \quad \alpha = -\alpha \quad R_{\max} = \frac{u^2}{g(1 - \sin \alpha)} \quad \theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$$

11. ஒரு துணிக்கை O என்னும் புள்ளியிலிருந்து வேகம் u எடன் கிடையுடன் θ சாய்வில் எறியப்படுகின்றது. Ox, Oy என்பன கிடை நிலைக்குத்து அச்சுக்களில் எறியப்பாதையின் சமன்பாடு $y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$ எனக் காட்டுக. துணிக்கை $(a, b), (c, o)$ என்ற

புள்ளிகளுடாகச் சென்றால் $\tan \theta = \frac{bc}{a(c-a)}$ என நிறுவி

$$v = \left[\frac{9}{2} \cdot \frac{b^2 c^2 + a^2 (c-a)^2}{ab(c-a)} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ எனக்காட்டுக}$$

12. வீசும் வேகம் தரப்படின் ஒரு சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கிய அதியுயர் வீச்சும் அத்தளத்திலே மேல் நோக்கிய அதியுயர் வீச்சும் $\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ என்ற விகிதத்திலுள்ளது எனக் காட்டுக.

1. 30° ஏற்றக் கோணத்தில் 80m/s வேகத்துடன் ஒரு கல் வீசப்படுகின்றது.
 - a. பறப்பு நேரம்
 - b. கிடைத்தளத்தில் அதன் வீச்சு
 - c. அடைந்த அதியுயர் உயரம்
 - d. அதியுயரத்தை அடைய செலவான நேரம் என்பனவற்றைக் காண்க.
2. $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ என்ற ஏற்றக்கோணத்தில் 25m/s வேகத்துடன் கல் எறியப்படுகின்றது.
 - a. எவ்வளவு நேரத்தில் 10m உயரத்தை அடையும்
 - b. அவ்வுயரத்தில் அதன் வேகம் எவ்வளவு?
3. 12m உயரமான கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து 30° ஏற்றக் கோணத்தில் 14m/s வேகத்துடன் எறியப்பட்ட சிறுகல் எவ்வளவு நேரத்தின் பின் நிலத்தை அடையும். கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் கல் வீழ்ந்தது? [$g = 10$]
4. மட்டமான தரையிலிருந்து ஓர் ஏற்றக்கோணத்தில் எறியப்பட்ட ஒரு கல் 30m தூரத்திலுள்ள 20m உயரமான ஓர் கம்பத்தை கிடையாக மருவியவாறு செல்கின்றது. எறியல் வேகத்தையும் ஏற்றக் கோணத்தையும் காண்க.
5. 30° ஏற்றக்கோணத்தில் 60m/s வேகத்துடன் ஒரு பொருள் வீசப்பட்டால்
 - a. பறப்பு நேரம்
 - b. கிடைத்தளத்தில் அதன் வீச்சு
 - c. அதியுயர் உயரம் என்பனவற்றைக் காண்க.
6. $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ என்ற ஏற்றக் கோணத்தில் 49m/s வேகத்துடன் எறியப்பட்டது.
 - a. பறப்பு நேரம்
 - b. கிடைத்தளத்தில் வீச்சு
 - c. அதியுயர் உயரம் என்பனவற்றைக் காண்க.
7. $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ என்ற ஏற்றக்கோணத்தில் 78m/s வேகத்துடன் ஏவப்பட்ட ஏவுகணை 2 செக்கன் முடிவில் எத்திசையில் செல்லும்? [$g = 9.8$]
8. 60° ஏற்றக்கோணத்தில் வீசப்பட்ட கல் 2 செக்கன் முடிவில் 30° ஏற்றக்கோணத்தில் சென்றுகொண்டிருந்தால் கல்லின் எறியல் வேகம் என்ன?
9. $2\sqrt{gh}$ வேகத்துடன் 30° ஏற்றக் கோணத்தில் வீசப்பட்ட கல் அது இயங்கும் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவுள்ள ஒரு நிலைக்குச்சுச் சுவரை செங்கோணத்தில் தாக்கியதாயின் எறி புள்ளிக்கும் சுவருக்கும் இடையிலான தூரம் யாகு? நில மட்டத்திற்கு மேல் எவ்வளவு உயரத்தில் கல்படும்?
10. உயரமான கோபுர உச்சியிலிருந்து 1962cm/s வேகத்துடன் கிடையாக வீசப்பட்ட பொருள் 2 செக்கனில் அடைந்த வேகம் யாகு? [$g = 981\text{cm/s}^2$]

11. $2\sqrt{gh}$ வேகத்துடன் 45° ஏற்றக்கோணத்தில் வீசப்பட்ட ஒரு பொருள் அது இயங்கும் தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ளதும் ஏறியுள்ளபின் h தூரத்திலுள்ளதுமான நிலைக்குத்துச் சுவரை மோதுகிறது. மோதும் வேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகளைக் காண்க.
12. எறியல் வேகம் v ஆகவும் பறப்பு நேரம் t ஆகவும் கிடைவீச்சு r ஆகவும் இருப்பின் $4v^2t^2 = g^2t^2 + 4r^2$ என நிறுவுக.
13. ஒரு பொருள் எறியற் புள்ளியிலிருந்து a தூரத்திலுள்ள h உயரமான சுவரை நோக்கி v வேகத்துடன் வீசப்படுகின்றது. $v^2 > g\left[h + \sqrt{h^2 + a^2}\right]$ எனின் மட்டுமே பொருள் சுவரைக் கடக்கும் எனக் காட்டுக.
14. ஓர் எறிபொருளின் கிடைவீச்சு r உம் அதியுயரம் h உம் எனின் எறியல் வேகம் $\left[2g\left(h + \frac{r^2}{16h}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ என நிறுவுக.
15. ஒரு நிலைக்குத்து கம்பம் அதன \square அடியூடு செல்லும் கிடைத்தளத்திலிருக்கும் புள்ளி A இல் α கோணத்தை ஆக்குகிறது. கிடையுடன் θ_1, θ_2 கோணங்களை ஆக்கும் திசைகளில் இரு துணிக்கைகள் A இல் இருந்து வீசப்படுகின்றன. முதற் துணிக்கை கம்பத்தின் உச்சியிலும் அதே நேரத்தில் இரண்டாவது துணிக்கை கம்பத்தினடியில் படுகிறது எனின் $\tan \theta_1, \tan \theta_2 = \tan \alpha$ என நிறுவுக.
16. ஒரு புள்ளியிலிருந்து வீசப்பட்ட துணிக்கை கிடைத்தூரம் a ஐக் கடந்த பின்னர் வீசுபுள்ளியுடான கிடைத்தளத்தைச் சந்திக்கிறது. அது அடைந்த அதியுயரம் b . வீசல் வேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகளை a, b இல் காண்க. அது கிடையாக x தூரம் கடந்த பின்னர் எய்திய உயரம் $\frac{4bx(a-x)}{a^2}$ எனக் காட்டுக.
17. கிரிக்கட் ஆட்டக்காரர் ஒருவர் பந்தொன்றை நிலமட்டத்திலிருந்து நீண்ட திடல் வழியே ஏறந்தால் R தூரத்திலுள்ள வீக்கட் காவலின் பாதத்தில் விழுந்தது. பந்தின் தொடக்க வேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகள் முறையே $u, v \text{ ms}^{-1}$ ஆகும். $UV = \frac{Rg}{2}$ எனக் காட்டுக. வீக்கட் காவலர் திடலிலுள்ள கிரிக்கட் ஆட்டக்காரனை நோக்கி $x \text{ m}$ தூரம் சென்றிருந்தால் அவர் அப்பந்தை நிலத்திலிருந்து $h \text{ m}$ உயரத்தில் பிடித்திருக்கலாம். பந்து வீக்கட் காவலரை அடைய எடுத்த நேரம் $R\sqrt{\frac{2h}{gx(R-x)}}$ எனக் காட்டுக.
18. ஓர் எறிபொருளின் தொடக்க வேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக் கூறுகள் முறையே p, g ஆகும். நேரம் t இற் சென்ற கிடை நிலைக்குத்துத் தூரங்கள் x, y என்றால் x ஐயும் y ஐயும் t இல் எடுத்துரைக்க. அன்றியும் எய்தப்பெற்ற அதியுயர் உயரம் H ஐயும் எறியற்புள்ளிக்கூடான ஓர் கிடைத்தளம் மீதுள்ள வீச்சு R ஐயும் காண்க.

19. ஒரு பொருள் அதன் மேல் நோக்கிய பாதையில் வீசுபுள்ளியிலிருந்து கிடையாக x தூரத்தில் செல்கிறது. வீசுபுள்ளியிலிருந்து கிடைத்தளத்திலே விச்சு R அடி எனில் வீசுபுள்ளி ஏற்றம் $\tan^{-1}\left[\frac{y}{x} \frac{R}{(R-x)}\right]$ எனக் காட்டுக.
20. β சாய்வு கொண்ட ஒரு சாய்தளத்தின் மீது மேல் நோக்கி தளந்தொடர்பான ஏற்றக்கோணம் α உடன் வீசப்பட்டதொர் ஏறிப்பொருளின் வீசுபுள்ளியிலிருந்து $R \sec \beta (1 - \tan \alpha \tan \beta)$ எனக் காட்டுக. இங்கு R என்பது தொடர் ஏற்றக்கோணம் α உம் வீசல் வேகமும் அதே பெறுமதியின் ஆகும் போதுள்ள கிடைவிச்சு?
21. நிலைக்குத்துடன் 2β சாய்ந்துள்ளதொரு தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு பாரமான துணிக்கை வீசப்பட்டது. சாய்தளத்தின் அதிபுயர் சாய்வுக் கோட்டிலிருந்து u எனவும் தளத்தின் மீது அதன் விச்சு $\frac{u^2}{2g}$ எனவும் அது தளமீது மோதும் வேகம் $U \sin \beta$ எனவும் அப்பொருது அதன் கிடைக்கத் திசை ஒரு செங்கோணத்தினூடு திருப்பி விட்டதெனவும் காட்டுக.
22. கிடையுடன் கோணம் β ஐ ஆக்கும் ஒரு கோட்டிலுள்ளதொரு புள்ளியிலிருந்து அக்கோட்டினைத் தாக்குமாறு ஒரு துணிக்கையானது வேகம் v உடனும் ஏற்றக்கோணம் α உடனும் வீசப்பட்டது. பறப்பின் போது துணிக்கையின் கிடைக்கத்திசை $\frac{1}{2} \cos \beta \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec}(\alpha - \beta) \tan \alpha$ ஐக் கோதான்சனாகவுடையதொரு கோணத்தினூடாத் திருப்ப முடியும் எனக் காட்டுக.
23. b உயரமானதொரு சுவரின் அடியிலிருந்து a தூரத்திலுள்ளதொரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு பந்து கிடையுடன் α கோணம் ஆக்கும் ஒரு திசையில் v வேகத்துடன் வீசப்படுகின்றது. சுவரின் மேல் எவ்வயரத்திலுள்ள புள்ளியிலிருந்து a தூரம் சுவரைத் தாண்டும் எனக் காண்க. பந்து சுவரை மட்டுமட்டாகத் தாண்டி சென்றால் எய்தப்பட்ட அதிபுயர் உயரம் $\frac{1}{4} \frac{a^2 \tan^2 \alpha}{(a \tan \alpha - b)}$ எனக் காட்டுக.
24. ஒரு ஏறிப்பொருள் அதன் வீசுபுள்ளியிலிருந்து θ ஏற்றக்கோணத்திலமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து செல்லுதல் வேண்டும் அப்புள்ளியிலே கிடையுடன் β சரிவுள்ள சாய்தளத்தின் மீது செங்குத்தாக மோதவும் வேண்டும். அது வீசப்பட வேண்டிய ஏற்றக்கோணம் α பின்வருமாறு பெறப்படும் எனக் காட்டுக.

$$\tan \alpha = \cot \beta + 2 \tan \theta$$

25. α சாய்வுள்ள தளத்தின் மீது வேகம் v உடனும் ஏற்றக்கோணம் $(\alpha + \theta)$ உடனும் வீசப்பட்டு ஓர் அதிபுயர் சரிவுக் கோட்டினூடு செல்லும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே இயங்கும் ஒரு குண்டின் வீச்சினைக் காண்க. குண்டு சரிவினைக் கிடையாகத் தாக்கினால் $\tan \theta = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \sin^2 \alpha)}$ எனக் காட்டுக.

26. h உயரமுள்ள குன்றின் உச்சியிலிருந்து ஒரு துப்பாக்கி சுடப்பட்டது. குண்டு கடல் மட்டத்தின் மேல் $(h+b)$ என்னும் அதிபுயரத்தை அடைந்து குன்றின் அடியிலிருந்து தூரம் a இலே கடலிற்படுகின்றது. துப்பாக்கியின் ஏற்றக்கோணம் பின்வரும் சமன்பாட்டினால் பெறப்படும் எனக் காட்டுக. $a^2 \tan^2 \alpha - 4ab \tan \alpha - 4bh = 0$

27. ஒரு பந்து இரு சுவர்களைத் தாண்டுமாறு வீசப்படுகின்றது. முதற்சுவர் வீசற்புள்ளியிலிருந்து தூரம் b இல் இருப்பது. அதன் உயரம் a மற்றது வீசற்புள்ளியிலிருந்து தூரம் a யிலுள்ளது. அதன் உயரம் b கிடைத்தளவீச்சு $\frac{a^2 + ab + b^2}{(a+b)}$ எனவும் வீசற்கோணம் $\tan^{-1} 3$ இலும் பெரியதெனவும் காட்டுக.

28. கிடையாக மாறாவேகம் u உடன் H உயரத்தில் ஓர் விமானம் பறக்கிறது. அது கிடைநிலத்திலுள்ளதோர் பீரங்கியை விட்டு விலகப் பறக்கிறது. குண்டானது V வேகத்துடன் θ ஏற்றக்கோணத்தில் விமானத்தை அடிக்குமாறு சுடப்படுகின்றது. சுடப்படுகின்ற கணத்தில் விமானம் நிலையாக இருப்பின் குண்டு விமானத்தை அடிக்கும். $\sqrt{(v^2 \sin^2 \theta - 2gH)} (2v \cos \theta - u) = uv \sin \theta$ எனின் குண்டு விமானத்தை தாக்கும் எனக் காட்டுக.

29. கிடையுடன் α சாய்வுள்ள புள்ளி ஒன்றிலிருந்து தளத்திற்குச் ஆன திசையில் V என்ற வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை எறியப்பட்டது. அத்துணிக்கை கிடைத்தரையில் படுகின்றது. தளங்கிடைத்தரையைச் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருந்து எறியற்புள்ளியினதும் துணிக்கை தரையை மோதும் புள்ளியினதும் தூரங்கள் ஒவ்வான்றும் h ஆகும் $2v^2 = gh \cot \alpha / 2$ எனக் காட்டுக.

30. கிடையுடன் α சாய்வுள்ள தளத்திலுள்ள புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை u எனும் வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. இயக்கம் அதிபுயர் சரிவுக்கோட்டினூடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நகழ்கின்றது. மேல், கீழ் நோக்கிய அதிபுயர் வீச்சுக்கள் முறையே R_1, R_2 என்பன $g^2 R^2 \cos^2 \alpha - 2gu^2 R + u^4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினது மூலங்களாகுமென நிறுவுக. R_3 என்பது கிடைத்தரையிலுள்ள அதிபுயர் வீச்சு எனின் $\frac{2}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ என நிறுவுக.

31. ஒரு துணிக்கையானது O என்னும் புள்ளியில் இருந்து V அடி / செக்கன் வேகத்துடன் கிடையுடன் θ கோணம் அமைக்க விசம்படுகின்றது. விசற்புள்ளியினூடான கிடைநிலைக்குத்து அச்சக்கள் பற்றி எறியப்பாதையின் சமன்பாடு

$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2v^2} \sec^2 \theta \text{ எனக் காட்டுக.}$$

இரு துணிக்கைகள் O என்னும் புள்ளியில் இருந்து ஒரே வேகம் \sqrt{ag} உடன் ஒரே நிலைக்குத்து தளத்தில் விசக்கடுகின்றது. இல் எறியப்பாதைகள் P என்னும் புள்ளியில் கிடைவெட்டுகின்றது. இரு துணிக்கைகளினதும் எறியக்கோணங்கள் α, β ஆயின் O

$$\text{இல் இருந்து P இனது கிடைத்தூரம் } \frac{2a}{\tan \alpha + \tan \beta} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

P ஆனது O இன் மட்டத்திற்கு மேல் இருப்பின் $\tan \alpha \tan \beta > 1$ எனவும் காட்டுக.

32. கிடைநிலத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி O விற்கு நேர்மேலே h உயரத்தில் ஒரு குண்டு வெடிக்கின்றது. அதன் சன்னங்கள் எல்லாத்திசைகளிலும் ஒரே வேகம் $\sqrt{2gk}$ உடன் விசம்படுகின்றது. $d < 2\sqrt{k(k+h)}$ ஆயின் O இல் இருந்து d தூரத்தில் உள்ள நிலத்தில் நிற்கும் ஒரு சீறு மிருகத்தை சன்னங்கள் இரு முறை இரு திசைகளிலிருந்து வெடித்தலின் பின் வெவ்வேறு நேரங்கள் $t_1, t_2 (t_2 > t_1)$ களில் அடிக்குமென நிறுவுக.

$$t_2 - t_1 = 2 \left[\frac{2k + h - \sqrt{h^2 + d^2}}{g} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ எனவும் நிறுவுக.}$$

33. கிடையுடன் α என்ற கோணம் அமைக்கும் தளத்தில் உள்ள புள்ளி A யில் இருந்து துணிக்கை V என்ற வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. துணிக்கை Aக்கு கீழேயுள்ள புள்ளி B இல் மோதுகின்றது, AB அதிகூடிய பெறுமானத்தை பெறுவதற்கு தேவையான எறியக் கோணத்தைக் காண்க. AB மிகப்பெரியதாய் இருக்கும்போது துணிக்கையின் பாதையில் மிகவுயர்ந்த புள்ளி H ஆகும். t_1, t_2 என்பன முறையே துணிக்கை A யில் இருந்து H இற்கும் H இலிருந்து B யிற்கும் செல்ல எடுத்த நேரங்களாயின் $2g^2 t_1 t_2 = V^2 (1 + \sin \alpha)$ என நிறுவுக.

34. ஒரு துணிக்கை V என்ற வேகத்துடன் நிலைக்குத்துடன் α கோணம் அமைக்கும் ஒரு தளத்தின் ஒரு புள்ளியில் இருந்து எறியப்பட்டது. கீழ் முக விச்ச மிகப் பெரியதாய் இருப்பதற்கு எறியக்கோணம் எவ்வாறிருக்க வேண்டும்? இவ்விச்சின் அந்தங்களிலுள்ள வேகங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவையெனக் காட்டி, துணிக்கையின் பாதையில் அதிபுயர் புள்ளியில் இருந்து கீறப்படும் நிலைக்குத்துக் கோடு இவ்விச்சை $\tan^2 \frac{\alpha}{2} : 1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் எனக் காட்டுக.

35. ஒரு துணிக்கை O என்னும் புள்ளியில் இருந்து θ என்னும் ஏற்றக்கோணத்தில் u என்ற வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. துணிக்கை T என்ற இலக்கை அடிகிறது. OT என்பது கிடைக்கு மேலே α இல் சாய்ந்துள்ளது.

$$OT = \frac{U^2 \sec^2 \alpha}{g} [\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha] \text{ என நிறுவுக.}$$

மற்றொரு துணிக்கை O விலிருந்து அதே வேகம் U உடனும் ($\alpha > \theta$) எறியப்பட்டது.

இத்துணிக்கையும் T ஐ அடித்தால் $\phi = \frac{\pi}{2} + \alpha - \theta$ எனக் காட்டுக. இவ்விரு

பறப்புகளுக்கும் இடையில் உள்ள நேர வித்தியாசம்

$$\frac{2U}{g} \text{Sec}\alpha [\text{Sin}(\theta - \alpha) - \text{Cos}\theta] \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

36. $t = 0$ என்னும் நேரத்தில் O என்னும் புள்ளியில் இருந்து இரு சிறிய துணிக்கைகள் P, Q என்பன கிடையுடன் α_1, α_2 என்னும் கோணம் சாய்விலே U_1, U_2 என்னும் வீசல் வேகங்களுடன் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் புவிப்பீழ் இயங்க எறியப்படுகின்றன. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a. PQ எப்பொழுதும் ஒரு நிலையான நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாகும்.

b. வேகங்கள் சமாந்தரமாய் வருவதற்கு எடுத்த நேரம்

$$= \frac{U_1 U_2 \text{Sin}(\alpha_1 - \alpha_2)}{g(U_2 \text{Cos}\alpha_2 - U_1 \text{Cos}\alpha_1)}$$

37. நிலைக்குத்தான கோபுரம் ஒன்றின் உச்சியில் இருந்து U என்னும் கதியுடன் ஒரு துணிக்கையானது என்னும் கோணத்தை கிடையுடன் ஆக்கும் சாய்தளமொன்றை அடிக்குமாறு வீசப்படுகின்றது. துணிக்கையின் இயக்கத்தைக் கொண்ட நிலைக்குத்துத் தளம் சாய்தளத்தின் அதியுயர் சாய்வுக்கோடு ஒன்றினூடாகச் செல்லுகின்றது. அச்சரிவுக்கோட்டுடன் எறியத்திசை ஆக்கும் கோணம் α ஆகும். சாய்தளத்தின் அடிக்கும் கோபுரத்தின் அடிக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் $2d$ ஆகும். கோபுரத்தின் உயரம் d ஆகும். ஆயின் மட்டுமே சாய்தளத்தை துணிக்கை செங்குத்தாக அடிக்குமென நிறுவுக. சாய்தளத்தின் துணிக்கை அடிக்கும் புள்ளிக்கும் சாய்தளத்தின் அடிக்கும் இடையில் உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

38. கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளியொன்றில் இருந்து ஒரு துணிக்கை $2a$ தூரத்தில் உள்ள நிலைக்குத்துச் சுவரை செங்குத்தாக அடிக்குமாறு எறியப்பட்டது. அதன்

$$\text{ஆரம்ப வேகம் } U \frac{U^2}{2g} = y + \frac{a^2}{y} \text{ ஆகவும் இருப்பின் என நிறுவுக. கல் பறப்பதற்குத்}$$

தேவையான மிகக் குறைந்த சாத்தியமான வேகம் $\sqrt{2ag}$ என காட்டுக. எறியல்

வேகம் $\sqrt{5ag}$ ஆயின் துணிக்கை எறியப்பட வேண்டிய சாத்தியமான கிடையுடன் ஆக்கும் கோணங்களை காண்க.

39. ஒரு நிலைக்குத்துக் கம்பம் அதன் அடியினூடு செல்லும் ஒரு கிடைத்தளத்திலிருக்கும் புள்ளி A இல் α கோணத்தை ஆக்குகின்றது. கிடையுடன் θ_1, θ_2 கோணங்களை ஆக்குந் திசைகளில் இரு துணிக்கைகள் A இலிருந்து வீசப்படுகின்றன. முதற்

துணிக்கை கம்பத்தின் உச்சியிற்படும் அதே சமயத்தில் இரண்டாவது கம்பத்தின் அடியிற்படுகிறது. $\tan \theta_1 - \tan \theta_2 = \tan \alpha$

40. ஒரு தரப்பட்ட வேகத்திற்குரிய அதிபுயர் கிடைவிச்சு R என்றால் வீசற் கோணத்தின் தான்சன் 1 அல்லது 3 ஆக இருக்கும் போது கிடைநிலைக்குத்துத் தூரங்கள் முறையே $\frac{1}{2}R, \frac{1}{4}R$ ஆகவுள்ள ஒரு புள்ளியினூடே செல்லுமாறு ஒரு துணிக்கையை வீசலாம் எனக் காட்டுக. இரண்டாவது சந்தர்ப்பத்தில் கிடைத்தளவிச்சு $3/5R$ எனவுங் காட்டுக.

41. ஒரு துணிக்கையானது O என்னும் புள்ளியில் இருந்து u m /s வேகத்துடன் கிடையுடன் α கோணம் அமைக்க வீசப்படுகின்றது. வீசற்புள்ளியினூடான கிடைநிலைக்குத்து அச்சக்கள் பற்றி ஏறியப்பாதையின் சமன்பாடு $y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v^2} \sec^2 \alpha$ எனக் காட்டுக.

பாதையில் உள்ள புள்ளி P இலே பாதையின் திசை கிடையுடன் β கோணம் அமைக்குமாயின் $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{2y}{x}$ என உய்த்தறிக

P ஊடாகச்செல்லும் இயல்தகு பாதைகள் இரண்டு இருப்பதுடன் அவ்விருபாதைகளுக்கிடப்பட்ட கோணம் செங்கோணமாகவும் இருப்பின் $x^2 + 2y - \frac{u^2 y}{g} = 0$ எனக் காட்டுக

13. ஒரு துணிக்கை P ஆனது O என்ற புள்ளியிலிருந்து நிலைக்குத்துடன் கூர்ங்கோணத்தில் வேகம் u உடன் வீசப்படுகின்றது. நேரம் T இன் பின் ஆரம்பத் திசைக்கு செங்குத்தான திசையில் v வேகத்துடன் செல்கிறது. இக்கணத்தில் $OP = s$ எனின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. 1. $v^2 = g^2 T^2 - u^2$ 2. $s = \frac{1}{2} g T^2$
(2013 old, 2002)

14. h நேராக இருக்கும் புள்ளி A (0, h) இல் கிடையுடன் α கோணத்தில் வேகம் v உடன் P என்ற துணிக்கை ஏறியப்படுகின்றது. அதே கணத்தில் புள்ளி B $(0, \frac{h}{2})$ இல் கிடையுடன் $\beta (> \alpha)$ கோணத்தில் வேகம் w உடன் Q என்ற துணிக்கை ஏறியப்படுகின்றது. இரண்டும் கிடைத்தூரம் d ஆகவுள்ள புள்ளியில் சந்திக்குமெனின் $v \cos \alpha = w \cos \beta$ எனவும் $h = 2d(\tan \beta - \tan \alpha)$ எனவும் காட்டுக (2012)

44. O என்ற புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை தொடக்க வேகத்தின் கூறுகள் ox, oy திசைகளில் முறையே u, v ஆகும். அது கிடையாக x தூரம் இயங்கும் போது நிலைக்குத்தாக இயங்கியதூரம் y ஆனது $y = \frac{u}{v}x - \frac{g}{2u^2}x^2$ ஆல் தரப்படும் எனக்காட்டுக. O இலிருந்து கிடையாக a தூரத்திலுள்ள $\frac{a}{2}$. உயரமான சுவரை மட்டுமட்டாக கடக்கின்றது. O வினாடான கிடைத்தள வீச்சு $4a$ ஆகும். u, v ஆகியவற்றைத் துணிந்து கிடையுடன் எறியற்கோணம் $\tan^{-1} \frac{2}{3}$ எனக் காட்டுக