MORA E-TAMILS 2019 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa

மொறட்டுவை பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள் நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 8 வது முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர) முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017
General Certificate of Education (Adv.Level) Pilot Examination - 2017

இணைந்த கணிதம் I
Combined Maths I

10 | T | I

மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

அறிவுறுத்தல்கள்:

* இவ்வினாத்தாள் **பகுதி *A*** (வினாக்கள் 1-10), **பகுதி *B*** (வினாக்கள் 11-17), என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி *A***
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி *B***
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி *A*** ஆனது **பகுதி *B*** யிற்கு மேலாக இருக்கத் தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி *B*** யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) **இணைந்த கணிதம் I**		
பகுதி	வினா எண்.	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

Q1). கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $7^n - 2^n$ ஆனது 5 ஆல் வகுபடுமெனக் காட்டுக.

Q2). BANANA என்னும் சொல்லின் எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி ஆக்கத்தக்க ஒழுங்கமைப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. இவ்வொழுங்கமைப்புக்களில் எத்தனையில் இரு **N** களும் அடுத்தடுத்து இருக்காது.

Q3). $\left(\sqrt{3}+i\right)\left(a+i\right)=2\left(a-i\right)$ ஆகுமாறு a ஐக் காண்க. சிக்கலெண் $\dfrac{2+\sqrt{3}-i}{2+\sqrt{3}+i}$ இன் மட்டு,வீச்சம் காண்க.

Q4). $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2\ln x+\ln x-1}{x^2-1}=\dfrac{3}{2}$ எனக் காட்டுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

Q5). $(x-1)^n$ இற்கான விரிவை எழுதுக. **இதிலிருந்து** 2^{2003} ஐ 17 ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க.

Q6). வளையி $y=x^2+3$, நேர்கோடுகள் $y=4, y=6, x=0$ ஆகியன இடைவெட்டுவதால் உருவாகும் உருவத்தின் பரப்பைக் காண்க.

Q7). வளையி $y = be^{-\frac{x}{a}}$ ஐக் கொள்வோம். இவ்வளையி y அச்சை வெட்டும் புள்ளியில் கோடு $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ஐத் தொடுகிறது எனக் காட்டுக.

Q8). உற்பத்தியிலிருந்து, புள்ளி $(2,3)$ இனூடு செல்லும் நேர்கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடியின் ஒழுக்கு ஓர் வட்டம் எனக் காட்டுக. அதன் மையம், ஆரையை எழுதுக.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

Q9). ஓர் நேர்கோடானது $\left(-\sqrt{8},\sqrt{8}\right)$ எனும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் அதேவேளை x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் 135° எனும் கோணத்தை ஆக்குகின்றது. இக்கோடானது வட்டம் $x=5\cos\theta, y=5\sin\theta$ ஐ வெட்டும் எனக் காட்டுக. வெட்டும் இந் நாணின் நீளம் 10 எனக் காட்டுக. இங்கு θ பரமானம் ஆகும்.

Q10). $2\tan^{-1}\left(-3\right)=\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)-\pi$ எனக் காட்டுக.

MORA E-TAMILS 2019 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa

மொறட்டுவை பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள் நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 8 வது முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர) முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

General Certificate of Education (Adv.Level) Pilot Examination - 2017

இணைந்த கணிதம் I
Combined Maths I

10 T I

பகுதி B * ஐந்து வினாக்களிற்கு மட்டும் விடை தருக.

Q11) a. x இல் இரண்டாம் படியிலுள்ள $f(x), g(x), h(x)$ எனும் சார்புகள் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன.

$$f(x)=x^2+x+1$$

$$g(x)=4x^2+(m+3)x+4$$

$$h(x)=2x^2+(3-m)x+2$$

இங்கு $m\in\mathbb{R}$ ஆகும்.

(i) எல்லா $x\in\mathbb{R}$ இற்கும் $f(x)>0$ எனக் காட்டுக.

(ii) $-11<m<5$ இற்கு $g(x)>0$ எனக் காட்டுக.

(iii) $-1<m<7$ இற்கு $h(x)>0$ எனக் காட்டுக.

$-1<m<5$ ஆக **இருந்தால் இருந்தால்** மாத்திரம் $-3<\dfrac{x^2+mx+1}{x^2+x+1}<3$ எனக் காட்டுக.

b. $f(x)=x^4+2x^3-3x^2-2x+3$ எனக் கொள்வோம்.

மீதித்தேற்றத்தை மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $f(x)$ ஐ $(x-2)^2(x-3)$ ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி $a(x-2)^2+b(x-2)+c$ எனும் வடிவில் உண்டு எனக் காட்டுக. இங்கு a,b,c ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும்.

Q12) a. $\dfrac{1}{1+a^{n-1}}-\dfrac{1}{1+a^n}$ ஐச் சுருக்குக. இங்கு $a\in\mathbb{R}^+-\{1\}$ ஆகும்.

$\dfrac{a^{r-1}}{(1+a^{r-1})(1+a^r)}=f(r-1)-f(r)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $f(r)$ ஐக் காண்க.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{n}\frac{a^{r-1}}{(1+a^{r-1})(1+a^r)}=\frac{a^n-1}{2(a-1)(a^n+1)}$ எனக் காட்டி $\displaystyle\sum_{r=1}^{n}\frac{2^r}{(1+2^{r-1})(1+2^r)}<1$ ஐ **உய்த்தறிக.**

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\frac{2017^r}{(1+2017^{r-1})(1+2017^r)}$ ஐக் காண்க.

b. $y=|x^2-2x|, y=|1-2x|$ ஆகிய இரு வரைபுகளையும் ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

இதிலிருந்து சமனிலி $|x^2-2x|\le|1-2x|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் மெய்ப் பெறுமானத் தொடையைக் காண்க.

Q13) a. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

இதிலிருந்து மெய் மூலகங்களைக் கொண்ட யாதாயினும் ஓர் 2×2 தாயத்திற்கு நேர்மாறு இருப்பதற்குரிய நிபந்தனையை **உய்த்தறிக.**

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். $\mathbf{AB}$ ஐயும் $(\mathbf{AB})^{-1}$ ஐயும் காண்க.

$(\mathbf{i})$ $(\mathbf{AB})^{-1} \neq \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{-1}$ எனவும்,

$(\mathbf{ii})$ $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$ எனவும் காட்டுக.

b. பிரதேசம் $\{z\in\mathbb{C}: |z|\le 4\} \cap \left\{z\in\mathbb{C}: \operatorname{Im}\left(\dfrac{z-1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)\ge 0\right\} \cap \{z\in\mathbb{C}: \operatorname{Re}(z)\ge 0\}$ ஐ நிழற்றுக.

இதன் பரப்பு $\dfrac{20\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

c. z என்பது ஒரு சிக்கலெண் எனக் கொள்வோம் $|z|^2 = z\bar{z}$ எனக் காட்டுக.

z_1, z_2 என்பன பூச்சியம் அல்லாத யாதாயினும் இரு சிக்கலெண்களாயிருக்கையில்,

$|z_1+z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2\operatorname{Re}(z_1\bar{z}_2)$ எனக் காட்டி $|z_1-z_2|^2$ இற்கான கோவையை எழுதுக.

$\dfrac{(z_1-z_2)}{(z_1+z_2)}$ இன் மட்டுப் பெறுமானம் 1 எனின் $\dfrac{z_1}{z_2}$ ஆனது அறக்கற்பனை எனக் காட்டுக.

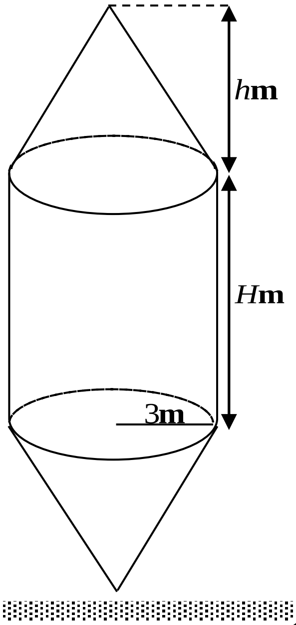
Q14) a. $x\in\mathbb{R}$ இற்கு $y = \dfrac{(x-2)^2}{x^2+4}$ எனக் கொள்வோம். $0\le y\le 2$ எனக் காட்டுக.

திரும்பல் புள்ளிகளையும் அணுகு கோட்டையும் காட்டி $y = \dfrac{(x-2)^2}{x^2+4}$ ஐ வரைக.

சமன்பாடு $x(x^2+4) = (x-2)^2$ இற்கு ஒரு மெய் மூலம் மாத்திரம் உண்டு இது ஏன் என விளக்குக.

b. ஆரை 3 மீற்றரையும் உயரம் h மீற்றரையும் உடைய இரு பொள் கூம்பை அதே ஆரையையும் உயரம் H மீற்றரையும் உடைய ஒரு சீர்வட்ட பொள் உருளையுடன் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு விறைப்பாக இணைப்பதன் மூலம் கொள்கலன் ஒன்று உருவாக்கப்பட்டது. கொள்கலனின் மொத்தக் கனவளவு $900\mathbf{m}^3$ ஆகும். $H = \dfrac{100}{\pi} - \dfrac{2}{3}h$ எனக் காட்டுக. இக் கொள்கலனின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $S\mathbf{m}^2$ எனின் $S = 600 - 4\pi h + 6\pi\sqrt{9+h^2}$ எனக் காட்டுக.

S இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக h இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



[பக். 9 ஐப் பார்க்க

Q15) **a.** பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int e^{ax}\sin bx\,\mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

b. **பகுதிப் பின்னங்களைப்** பயன்படுத்தி $\int \frac{11+3x-2x^2}{(x+3)(x-1)^2}\,\mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

c. a,b,c என்பன மாறிலிகள் ஆகவும் $b^2-4ac\neq 0$ ஆகவும் இருக்கையில்

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}\right)=\frac{1}{\left(ax^2+bx+c\right)^2}-\frac{C}{ax^2+bx+c}$$ ஆகுமாறு A,B,C ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\left(x^2+4x+1\right)^2}=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{36}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$ எனக் காட்டுக.

Q16) **a.** $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ எனும் வட்டமானது x அச்சைத் தொடும் எனின் $g^2=c$ எனவும் $f^2>c$ எனின் y அச்சை வெட்டும் எனவும் இவ் வெட்டும் நாணின் நீளம் $2\sqrt{f^2-c}$ எனவும் காட்டுக.

ஓர் வட்டமானது x அச்சை புள்ளி $A(a,0)$ இல் தொடும் அதேவேளை நேர் y அச்சை B,C எனும் புள்ளிகளிலும் வெட்டிக் கொண்டு செல்கிறது. $BC=l$ எனின் இவ்வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x-a)^2+\left(y-\frac{\sqrt{l^2+4a^2}}{2}\right)^2=\frac{l^2+4a^2}{4}$$ எனக் காட்டுக.

$a=12, l=10$ எனின் முக்கோணி ABC யின் பரப்பைக் காண்க.

b. ஓர் நேர் கோடானது, கோடு $5x-y-4=0$ ஐ புள்ளி P யிலும் கோடு $3x+4y-4=0$ ஐ புள்ளி Q விலும் வெட்டிக் கொண்டு செல்கிறது. PQ வின் நடுப்புள்ளி $M(1,5)$ ஆகும். m என்பது கோடு PQ வின் படித்திறன் எனின் $P=\left(\frac{9-m}{5-m},\frac{25-m}{5-m}\right)$ எனவும் $Q=\left(\frac{4m-16}{4m+3},\frac{m+15}{4m+3}\right)$ எனவும் காட்டி PQ வின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Q17) **a.** $\tan(A-B)$ இற்கான விரிவைப் பயன்படுத்தி $\tan 15^\circ=2-\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.

$0<x<\frac{\pi}{2}$ இற்கு $\tan\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{\sqrt{1+\tan^2 x}-1}{\tan x}$ எனக் கட்டுக.

$\tan 7\frac{1}{2}^\circ=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$ எனக் காட்டி $\cot 7\frac{1}{2}^\circ=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{6}$ என **உய்த்தறிக.**

b. சமன்பாடு $\sin^3 x+\cos^3 x+\sin x\cos x=1$ இன் பொதுத்தீர்வைக் காண்க.

c. முக்கோணி தொடர்பான சைன் விதியைக் கூறுக.

ΔABC இற்கு வழக்கமான குறிப்பீட்டில்

(i) $(a-b)\cos\frac{C}{2}=c\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\frac{\tan A-\tan B}{\tan A+\tan B}=\frac{c-b}{c}$ எனின் $A=60^\circ$ எனக் காட்டுக.

**** END OF QUESTIONS ****

No Question in this page

MORA E-TAMILS 2019 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA E-TAMILS 2019 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa

மொறட்டுவை பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள்
நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 8 வது
முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர) முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017
General Certificate of Education (Adv.Level) Pilot Examination - 2017

இணைந்த கணிதம் II Combined Maths II	10	T	II	மூன்று மணித்தியாலம் *Three hours*

அறிவுறுத்தல்கள்:

* இவ்வினாத்தாள் **பகுதி** ***A*** (வினாக்கள் 1-10), **பகுதி** ***B*** (வினாக்கள் 11-17), என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி** ***A***
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி** ***B***
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி** ***A*** ஆனது **பகுதி** ***B*** யிற்கு மேலாக இருக்கத் தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி** ***B*** யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) **இணைந்த கணிதம் II**

பகுதி	வினா எண்.	கிடைத்த புள்ளிகள்
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

Q1). ஒரு புகையிரதமானது நிலையம் A யில் ஓய்விலிருந்து இயங்க ஆரம்பித்து α என்ற ஆர்முடுகலுக்கு உள்ளாகி சிறிது தூரம் பயணம் செய்து பின் β அமர்முடுகலுடன் நிலையம் B யில் ஓய்விற்க்கு வருகிறது. $AB = 4km$ உம் பிரயாண நேரம் 4 நிமிடமும் ஆகும். $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=2$ எனக் காட்டுக. இங்கு α, β $km/$நிமிடம் இல் உள்ளது.

Q2). P எனும் ஒரு துணிக்கை நிலையான புள்ளியிலிருந்து x தூரத்தில் இருக்கும் போது சமன்பாடு $x = a\cos nt + b\sin nt$ ஐத் திருப்தி செய்கிறது எனின். இத்துணிக்கையின் இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கம் எனக் காட்டி இதன் வீச்சம் $\sqrt{a^2+b^2}$ எனக் காட்டுக. இங்கு a, b, n மாறிலிகள்.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

Q3). $2m, 3m$ திணிவுள்ள இரு ஒப்பமான கோளங்கள் முறையே $u, 2u$ வேகங்களுடன் எதிர்த்திசைகளில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. கோளங்களிற்கிடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{3}$ எனின் மோதுகையின் பின் கோளங்களின் வேகங்களையும் மோதுகையால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கினையும் காண்க.

Q4). $\overrightarrow{OA} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ உம் $\overrightarrow{OB} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ உம் எனின் $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 6|\mathbf{a}|^2 + \mathbf{a}.\mathbf{b} - 2|\mathbf{b}|^2$ எனக் காட்டுக.

$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ எனின் $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ ஐக் காண்க. இங்கு $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ வழக்கமான கருத்தை உடையன.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

Q5). ஒரு மெல்லிய சீரான கம்பியானது ABC எனும் இருசமபக்க முக்கோணவடிவில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AB = BC = a, AC = b, 2a > b$ ஆகும். இம் முக்கோணி ABC யின் ஈர்ப்பு மையமானது AC யின் செங்குத்து இரு கூறாக்கியில் AC யில் இருந்து $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{2a-b}{2a+b}}$ தூரத்தில் கிடக்கும் எனக் காட்டுக. இம்முக்கோணி A யில் இருந்து தொங்கவிடப்படின் நிலைக்குத்துடன் AC ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

Q6). ஓர் கரடான பொட்கோளமானது நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இப் பொட் கோளத்தினுள்ளே கோளப்பரப்பில் ஒரு பாரமான துணிக்கையானது அக்கோளத்தின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து $a(1-\cos\lambda)$ உயரத்துக்கு மேல் சமநிலையில் இருக்க முடியாதெனக் காட்டுக. இங்கு λ என்பது கோளத்துக்கும் துணிக்கைக்குமிடையிலான உராய்வுக் கோணமாகும்.

Q7). A, B என்பன மாதிரிவெளி ஒன்றில் இரு நிகழ்ச்சிகளாகும். $0 < P(A) \leq 1,\ 0 \leq P(B) < 1$ எனின்

$P(A'/B') = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(B')}$ எனக் காட்டுக.

Q8). ஓர் மாதிரி வெளியில் $P(B) = \dfrac{3}{4}, P(A \cap B \cap C') = \dfrac{1}{3}, P(A' \cap B \cap C') = \dfrac{1}{3}$ எனின் $P(B \cap C)$ ஐக் காண்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

Q9). 100 நோக்கல்களின் பின்வரும் மீடிறன் பரம்பலின் ஆகாரம் 24 ஆகும்.

0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
14	x	27	y	15

x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு பரம்பலின் இடையத்தை மதிப்பிடுக.

Q10). $1, 2, 6, \lambda, \mu$ எனும் 5 நோக்கல்களின் இடை 4.4 உம் மாறற்றிறன் 8.24 உம் ஆகும். λ, μ ஐக் காண்க.

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

MORA E-TAMILS 2019 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa

மொறட்டுவை பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள் நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 8 ஆவது முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர) முன்னோடிப் பரீட்சை - 2017

General Certificate of Education (Adv.Level) Pilot Examination - 2017

இணைந்த கணிதம் II
Combined Maths II

10	T	II

பகுதி B * ஐந்து வினாக்களிற்கு மட்டும் விடை தருக.

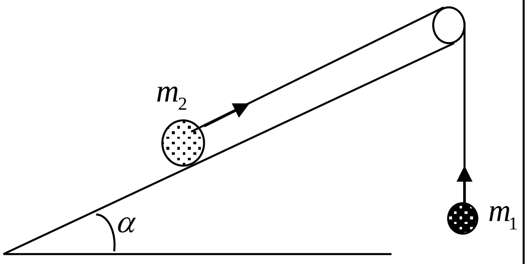
Q11) a. A, B என்பன $m, 3m$ திணிவுடைய இரு கோளங்களாகும். கிடையான ஒப்பமான மேசை மீது B ஓய்வில் இருக்க A ஆனது நேரடியாக u வேகத்துடன் B ஐ மோதுகிறது. e ஆனது A,B இற்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் ஆகும். மோதலின் பின் A ஆனது பின்னடிக்கிறது எனின்,

(i) மோதலின் பின் B இன் வேகம் $\frac{u}{4}(1+e)$ எனக் காட்டுக.

(ii) மோதலின் பின் A யின் வேகம் யாது?

(iii) தொடரும் இயக்கத்தில் B செங்குத்தான சுவரினை மோதுகின்றது. B யிற்கும் சுவரிற்கும் இடையிலான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். B ஆனது மீண்டும் A யினை மோதும் எனின், $\frac{1}{3} < e < \frac{3}{5}$ எனக்காட்டுக.

b. m_1, m_2 எனும் இரு திணிவுகள் இலேசான நீட்டமுடியாத ஓர் இழையினால் இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டியது போல் ஒப்பமான கப்பி ஒன்றின் மேலாகச் செல்கின்றது. இக்கப்பியானது α சாய்வுள்ள சாய்தளத்தின் உச்சியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.



(i) சாய்தளம் ஒப்பமானது எனின் m_1 இறங்கும் ஆர்முடுகலையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.

(ii) சாய்தளம் கரடானதும் உராய்வுக் குணகம் μ ஐக் கொண்டதும் எனின் m_1 இறங்கும் ஆர்முடுகலையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.

(iii) சாய்தளம் உராய்வு இருந்தபோது உள்ள ஆர்முடுகலுக்கும், சாய்தளம் ஒப்பமாக இருந்தபோது உள்ள ஆர்முடுகலுக்கும் இடையிலுள்ள வித்தியாசம் $\frac{\mu m_2 \cos\alpha}{m_1+m_2} g$ எனக் காட்டுக.

Q12) a. O வை மையமாகவும் r ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கோள ஓட்டின் உள்ளே, அதன் அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P யானது கிடையாக u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. OP யானது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கூர்ங்கோணம் θ வை ஆக்கும் போது துணிக்கையின் கோணவேகம் $\omega = \frac{1}{r}\sqrt{u^2 - 2gr(1-\cos\theta)}$ எனவும், கோள ஓட்டினால் துணிக்கைக்குக் கொடுக்கப்படும் மறுதாக்கம் $R = \frac{m}{r}\left\{u^2 - gr(2-3\cos\theta)\right\}$ எனவும் காட்டுக. $u \geq \sqrt{5gl}$ எனின்

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

துணிக்கை பூரண வட்ட இயக்கத்தை ஆற்றும் என நிறுவுக. $u \geq \sqrt{5gl}$ இற்கு இத்துணிக்கையின் அதிஉயர்ந்த,அதிகுறைந்த கோணவேகங்கள் முறையே ω_1, ω_2 உம், அதிஉயர்ந்த,அதிகுறைந்த மறுதாக்கங்கள் முறையே R_1, R_2 உம் எனின் $\omega = \sqrt{\omega_1^2 \cos^2 \frac{1}{2}\theta + \omega_2^2 \sin^2 \frac{1}{2}\theta}$ எனவும் $R = R_1 \cos^2 \frac{1}{2}\theta + R_2 \sin^2 \frac{1}{2}\theta$ எனவும் காட்டுக.

b. ஒரு புள்ளி O விலிருந்து உயரம் h இல் இருக்கும் ஒரு புள்ளி C யில் கிடையுடன் கோணம் θ இல் மேல்நோக்கி சாய்ந்து வேகம் u உடன் ஒரு நிலைக்குத்துத்தளத்தில் ஒரு துணிக்கை ஈர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. O இனூடான கிடைத்தளத்தின் மீது இத்துணிக்கையின் வீச்சு R எனின்

$R^2 \tan^2 \theta - \frac{2u^2}{g} R \tan\theta + R^2 - \frac{2hu^2}{g} = 0$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து இவ் வேகம் u இற்கு O இனூடான கிடைத்தளத்தின் மீது இத்துணிக்கையின் அதி உயர் வீச்சு $\sqrt{\frac{u^4}{g^2} + \frac{2hu^2}{g}}$ என உய்த்தறிக. இதன் அதி உயர் வீச்சு R' எனவும் இதற்கான எறியல் கோணம் α உம் எனின் $\tan 2\alpha = \frac{R'}{h}$ என உய்த்தறிக.

Q13) A, B என்பன ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இடைத்தூரம் $3l$ இல் இருக்கும் இரு புள்ளிகளாகும். திணிவு m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான துணிக்கை P ஆனது A யிற்கும் B யிற்குமிடையே AB மீது உள்ள ஓர் புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இயற்கை நீளம் l ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு $3mg$ வையும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் புள்ளி A உடனும் இயற்கை நீளம் l ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு λ வையும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் புள்ளி B உடனும் துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P ஆனது $AC = \frac{3}{2}l$ ஆன புள்ளி C யிலே நாப்பத்தில் இருக்குமெனின் λ ஐ எழுதுக.

துணிக்கை P ஆனது B இல் வைக்கப்பட்டு, பின்னர் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழை BP இறுகும்போது துணிக்கை P யின் வேகம் $3\sqrt{gl}$ எனக் காட்டுக.

தொடர்ந்து இரு இழைகளும் இறுகி இருக்கையில் ஆரம்ப நாப்பத்தானம் C யில் இருந்து CB வழியே அளக்கப்பட்ட துணிக்கை P யின் இடப்பெயர்ச்சி x எனின் $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{6g}{l}x = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$. மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் தீர்வு வடிவம் $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ஐ உடையதெனக் கொண்டு A, B, ω ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.

இழை BP இறுகியதிலிருந்து இழை AP தொய்யும் வரைக்குமான நேரம் $\left(\frac{2l}{3g}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$ எனக் காட்டுக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

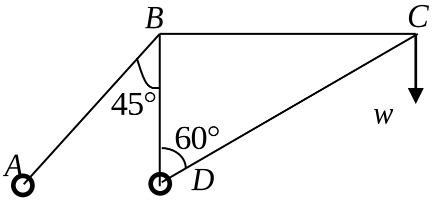
Q14) a. பக்கத்தின் நீளம் 2m ஆகவுள்ள ஒரு சதுரம் $ABCD$யின் $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BD}$ ஆகிய பக்கங்கள் வழியே எழுத்து ஒழுங்கு முறையால் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே $2, 1, 3, 4, 2\sqrt{2}$ நியூட்டன் என்னும் பருமன்களை உடைய விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுள் விசையின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோடு AD ஐ E யில் வெட்டின் நீளம் AE ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) இவ் விசைத்தொகுதியை சமனிலையில் வைத்திருக்க சேர்க்கப்பட வேண்டிய விசையின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ii) விளையுள் விசையை புள்ளி D யிற்கு மாற்றத்தேவையான இணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

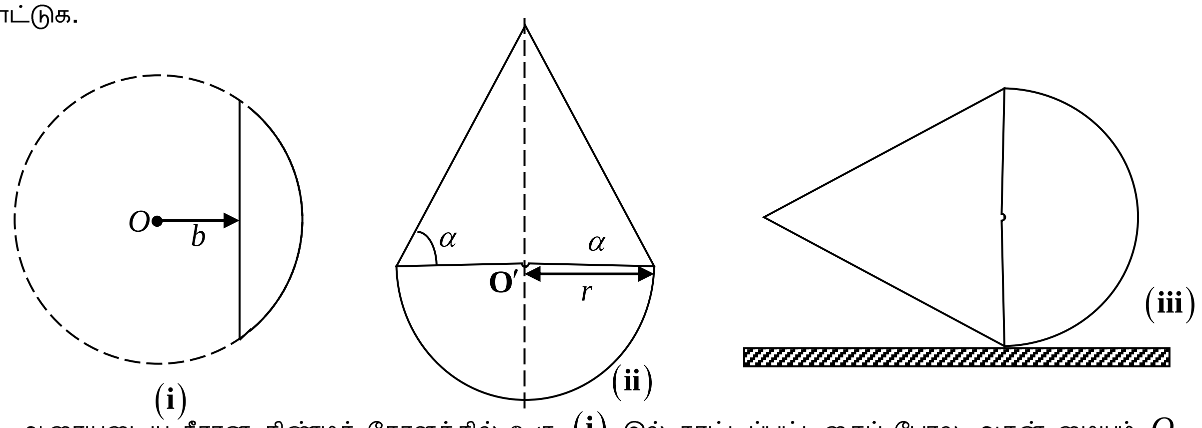
b. ABC என்பது ஒரு முக்கோணி ஆகும். AB யின் நடுப்புள்ளி D ஆகும். புள்ளி E ஆனது $BE : EC = 1 : 2$ ஆகுமாறு பக்கம் BC யில் உள்ளது.கோடு AE உம் கோடு CD உம் P யில் சந்திக்கின்றன. A ஐக் குறித்து B, C ஆகிய புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே **b, c** என எடுப்பதன் மூலம் $\frac{AP}{PE} = \frac{3}{2}$ எனவும் $\frac{CP}{PD} = \frac{4}{1}$ எனவும் காட்டுக.

Q15) a. சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்ட AB, BC, CD, BD என்னும் நான்கு இலேசான கோல்களாலான ஒரு சட்டப்படல் தொகுதி காணப்படுகின்றது. கோல் BD நிலைக்குத்தாக இருக்கும் அதேவேளை கோல் BC கிடையானது. சட்டப்படல் தொகுதியானது A யிலும் D யிலும் கிடை நிலத்தில் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை C யில் ஒரு w நிறை தொங்குகிறது. இழுவைகளையும் உதைப்புகளையும் வேறுபடுத்திக் காட்டி, போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தக் கோல்களிலுள்ள விசைகளைக் காண்க.



b. ஒவ்வொன்றும் w நிறையையும் a நீளமுமுடைய சீரான ஆறு சம கோல்கள் அறுகோணி $ABCDEF$ ஐ அமைக்குமாறு ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. இவை உச்சி A யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டு B, F ஐத் தொடுக்கும் இலேசான கிடைக்கோல் BF இனாலும், C, E ஐத் தொடுக்கும் இலேசான கிடைக்கோல் CE இனாலும் ஒழுங்கான ஒரு அறுகோணி வடிவத்தில் பேணப்பட்டுள்ளன.தொகுதி சமனிலையில் தொங்கும் போது இலேசான கோல்கள் BF, CE என்பவற்றிலுள்ள தகைப்புகள் முறையே $\frac{5\sqrt{3}}{2}w, \frac{\sqrt{3}}{2}w$ எனக் காட்டுக.

Q16)



a ஆரையுடைய சீரான திண்மக் கோளத்தில் உரு (i) இல் காட்டப்பட்டதைப் போல அதன் மையம் O விலிருந்து b தூரத்தில் வெட்டி பெரும்பகுதியை அகற்றுவதால் திண்ம கோளத்துண்டம் பெறப்படுகிறது இதன் புவியீர்ப்பு மையம் கோளத்தின் மையம் O விலருந்து $\frac{3}{4}\frac{(a+b)^2}{(2a+b)}$ எனும் தூரத்தில் உண்டு என தொகையிடல் மூலம் காட்டுக.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

இதிலிருந்து சீரான a ஆரையுடைய திண்ம அரைக்கோளத்தின் புவியீர்ப்பு மையத்தை உய்த்தறிக.
r ஆரையுடைய சீரான திண்ம அரைக்கோளமும் r ஆரையுடைய சீரான திண்ம செவ்வட்டக்கூம்பும் அவற்றின் தளமுகங்கள் சரியாகப் பொருந்தக் கூடியவாறு ஒட்டப்பட்டு ஆக்கப்பட்ட சேர்த்திப் பொருள் ஒன்று உரு $(\mathbf{ii})$ இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அடர்த்திகள் எல்லாம் ஒரே அளவானது எனக் கொண்டு சேர்த்திப் பொருளின் திணிவு மையம் அதன் சமச்சீரச்சின் மீது O' இல் இருந்து தூரம் $\dfrac{r\left|\tan^2\alpha-3\right|}{8+4\tan\alpha}$ இல் இருக்கிறதெனக் காட்டுக. இக் கூட்டுடல் ஆனது உரு $(\mathbf{iii})$ இல் காட்டிவாறு கிடைத்தரை மீது வைக்கப்பட்டு ஒய்வில் பிடித்து விடுவிக்கப்படுகிறது. பின்வரும் நிபந்தனைகளில் என்ன நடைபெறும் என விளக்குக.

$(\text{a})\ \alpha<\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right)$ $(\text{b})\ \alpha>\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right)$ $(\text{c})\ \alpha=\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right)$

Q17) **a.** A, B என்பன $P(A)=P(A/B)=\dfrac{1}{4}, P(B/A)=\dfrac{1}{2}$ ஆகுமாறு யாதாயினும் இரு நிகழ்ச்சிகள் ஆகும். பின்வரும் கூற்றுக்களில் எது சரி எது பிழை என நியாயத்துடன் கூறுக.

$(\mathbf{i})$ A, B தம்முள் புற நீங்கும் நிகழ்சிகள்

$(\mathbf{ii})$ A, B என்பன இரு சாரா நிகழ்ச்சிகள்

$(\mathbf{iii})$ $P(A'/B)=\dfrac{3}{4}$

$(\mathbf{iv})$ $P(A'/B')=\dfrac{1}{2}$

b. இணைந்த கணித வினா ஒன்றைத் தீர்த்து முடிப்பதற்கு A,B,C எனும் மூன்று மாணவர்களிடம் தனித்தனியாகக் கொடுக்கப்பட்டது. A,B,C என்னும் மாணவர்கள் அவ் வினாவைத் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{1}{4}$ ஆகும் எனின், அவ் வினா தீர்க்கப்படத்தக்கதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

c. பாடசாலை மாணவர்கள் பரீட்சை ஒன்றில் பெற்ற புள்ளிகள் பற்றிய விபரம் கீழ் உள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	எண்ணிக்கை
$0-10$	4
$10-20$	2
$20-30$	18
$30-40$	$f-24$
$40-50$	$67-f$
$50-60$	19
$60-70$	10
$70-80$	4
$80-90$	1

இப்பரம்பலின் ஆகாரம் 38 எனின் f ஐக் காண்க. மேலும் இப்பரம்பலின் இடை,இடையம்,மாறற்றிறன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

*** END OF QUESTIONS ***