1 சுற்றளவு

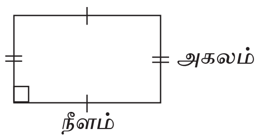
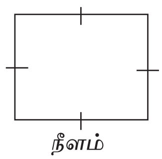
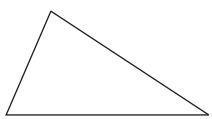
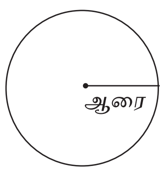
இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்,

- ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைக் காண்பதற்கும்
- ஆரைச்சிறையுடன் கூடிய கூட்டுத் தள உருவங்களின் சுற்றளவுடன் தொடர்புபட்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

தள உருவங்களின் சுற்றளவு

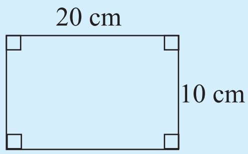
தள உருவங்களின் சுற்றளவைக் காணுதல் பற்றி முன்னைய தரங்களில் கற்றுள்ளீர்கள். அதனைப் பின்வருமாறு பொழிப்பாக்கிக் காட்டலாம்.

தள உருவம்		**சுற்றளவு**
செவ்வகம்		2 (நீளம் + அகலம்)
சதுரம்		ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $\times$ 4
முக்கோணி		மூன்று பக்கங்களினதும் கூட்டுத்தொகை
வட்டம்		$2\pi \times$ ஆரை

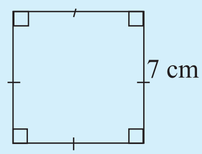
மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் தள உருவங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

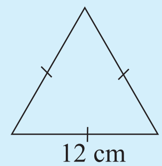
(i)



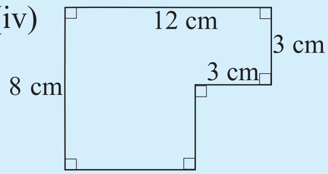
(ii)



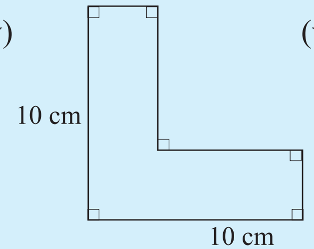
(iii)



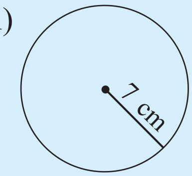
(iv)



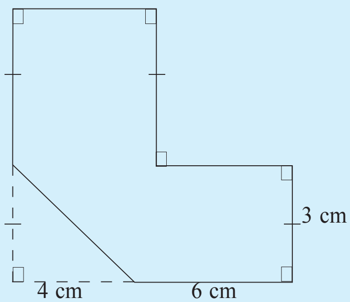
(v)



(vi)

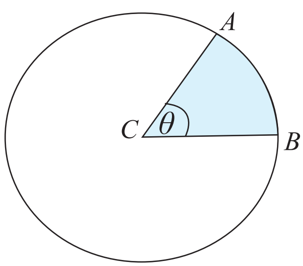


2. பின்வரும் உருவத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.



அடிப்படைத் தள உருவங்களின் சுற்றளவைப் போன்று கூட்டுத் தள உருவங்களின் சுற்றளவைக் காணுதல் பற்றிய விடயங்களை நீங்கள் மேற்குறித்த மீட்டற் பயிற்சியின் மூலம் நினைவுகூரலாம். இப்போது ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைப் பற்றி ஆராய்வோம்.

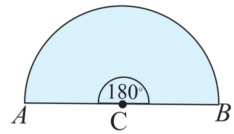
1.1 ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைக் காணல்



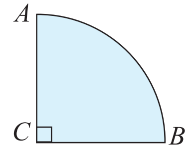
மேற்குறித்த உருவில் ஒரு வட்டத்தின் இரு ஆரைகளினாலும் பரிதியின் ஒரு பகுதியினாலும் உள்ளடக்கப்பட்ட ஒரு பிரதேசம் நிழற்றப்பட்டுள்ளது. அத்தகைய ஒரு பிரதேசம் ஆரைச்சிறை எனப்படும். இரு ஆரைகளுக்குமிடையே உள்ள கோணம் θ $(A\hat{C}B)$ ஆனது மையக் கோணம் எனப்படும். நிழற்றப்படாத பகுதியினால் மையக் கோணம் $360^\circ - \theta$ ஆகவுள்ள ஆரைச்சிறை காட்டப்பட்டுள்ளது.

இம்மையக் கோணம் 0° தொடக்கம் 360° வரையுள்ள எந்தப் பெறுமானத்தையும் கொண்டிருக்கலாம்.

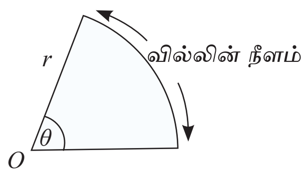
- மையக் கோணம் 180° ஆக இருக்கும்போது கிடைக்கும் ஆரைச்சிறை ஓர் அரை வட்டமாகும்.



- மையக் கோணம் 90° ஆக இருக்கும்போது கிடைக்கும் ஆரைச்சிறை ஒரு கால் வட்டமாகும்.



ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளத்தைக் காணல்

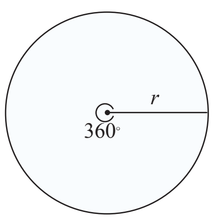


உருவில் r ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்திலிருந்து வேறாக்கப்பட்ட ஓர் ஆரைச் சிறை காட்டப்பட்டுள்ளது. ஆரை r ஐயும் ஒரு வட்டத்தின் மையக் கோணம் θ ஐயும் உடைய ஓர் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளத்தைக் காணும் விதம் பற்றி இப்போது பார்ப்போம். இதற்காக முதலில் மேற்குறித்த உருவில் காணப்படும் அரைவட்ட வில்லின் நீளத்தைக் காண்போம்.

ஆரை r ஐ உடைய ஒரு வட்டத்தின் பரிதி $2\pi r$ என்பதை நாம் அறிவோம். ஆகவே சமச்சீருக்கேற்ப, ஆரை r ஐ உடைய ஓர் அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$ ஆகும்.

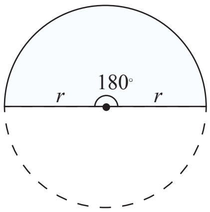
இங்கு $2\,\pi r$ இன் பெறுமானத்தை 2 இனால் வகுத்து πr என அரை வட்டத்தின் வில்லின் நீளத்தைக் காண்பதற்குச் சமச்சீரே காரணமாகும். பின்வருமாறு காரணங்களைக் காட்டு வதன் மூலமும் அந்த πr பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

ஆரை r ஐ உடைய ஒரு வட்டத்தையும் ஓர் அரைவட்டத்தையும் கருதுவோம்.



வட்டத்தின் மையத்தைச் சுற்றி உள்ள கோணம் 360° ஆகும். அக் கோணத்தை ஒத்த வட்ட வில்லின் நீளம் பரிதியாகிய $2\,\pi r$ ஆகும்.

இப்போது ஓர் அரைவட்டத்தைக் கருதுவோம்.



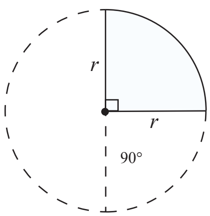
அரை வட்டத்தின் மையக் கோணம் 180° ஆகும். அது 360°இன் $\frac{1}{2}$ ஆகும். எனவே, அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் வட்டத்தின் வில்லின் நீளத்தின் $\frac{1}{2}$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். அதாவது, அது $2\pi r = \pi r \times \frac{1}{2}$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

மேலும் விவரமாக எழுதும்போது

அரைவட்ட வில்லின் நீளம் $2\pi r = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times = \frac{180^{\circ}}{360^{\circ}}$

$$= \pi r$$

இவ்வாறு ஒரு கால் வட்ட ஆரைச்சிறையின் மையக் கோணம் 90° ஆகையால்,



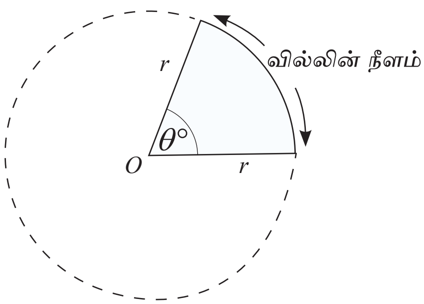
கால் வட்டம் ஆகவுள்ள ஓர்

ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \frac{90}{360}$

$$= 2\pi r \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{\pi r}{2}$$

இதேபோல காட்டி ஆரை r ஐ உடைய ஒரு வட்டத்தின் மையக் கோணம் θ ஆகவுள்ள ஓர் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளத்திற்கான ஒரு கோவையை எளிதாகப் பெறலாம்.



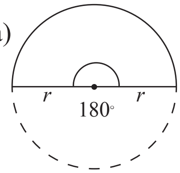
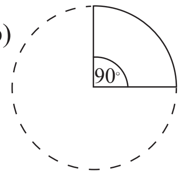
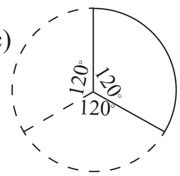
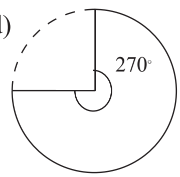
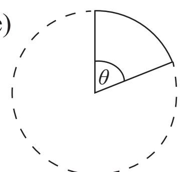
வட்டத்தின் பரிதி $= 2\pi r$

வில்லின் நீளம் $=$ வட்டத்தின் பரிதியின் $\frac{\theta}{360}$

$\therefore$ வில்லின் நீளம் $2\pi r \times = \frac{\theta}{360}$

ஓர் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளத்தைக் காண்பது தொடர்பான கருத்தை மேலும்

உறுதிப்படுத்துவதற்காகப் பின்வரும் அட்டவணையை ஆராய்வோம்.

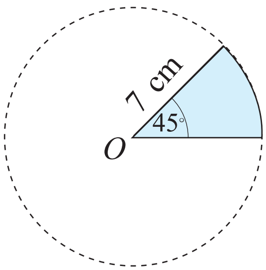
ஆரைச்சிறை	வில்லின் நீளம் பரிதியின் பின்னம் (உருவிலிருந்து)	மையக் கோணம்	முழுக் கோணத்தின் பின்னம்
(a) 	$\frac{1}{2}$	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$
(b) 	$\frac{1}{4}$	90°	$\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$
(c) 	$\frac{1}{3}$	120°	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$
(d) 	$\frac{3}{4}$	270°	$\frac{270^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{4}$
(e) 	$\frac{\theta}{360}$	θ	$\frac{\theta}{360^\circ}$

180°

அட்டவணையில் 1 ஆம் 2 ஆம் நிரல்களைப் பார்க்க.
யாதாயினுமொரு வில்லின் நீளம் வட்டத்தின் பரிதியின் என்ன பின்னம் என்பதை உருவிலிருந்து இனங்காணத்தக்கதாக இருக்கும்போது அவ்வில்லின் நீளத்தை எளிதாகக் காணலாம்.
இப் பின்னம், $\dfrac{\text{மையக் கோணம்}}{360^\circ}$ என்பது 4 ஆம் நிரலிலிருந்து தெளிவாகின்றது.

இதற்கேற்ப, மையக் கோணம் θ ஐயும் ஆரை r ஐயும் உடைய ஓர் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360}$ இன் மூலம் பெறப்படும் என்பதை நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். (இவ்வலகில் π இன் பெறுமானங்களை $\dfrac{22}{7}$ எனக் கொள்க).

உதாரணம் 1



(i) உருவில் காணப்படும் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் வட்டத்தின் பரிதியின் என்ன பின்னமாகும்?

(ii) அதன் வில்லின் நீளத்தைக் காண்க.

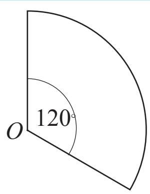
(i) $\dfrac{45^\circ}{360^\circ} = \underline{\underline{\dfrac{1}{8}}}$

(ii) வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \dfrac{1}{8}$

$$= \overset{1}{\cancel{2}} \times \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\cancel{7}_1} \times \cancel{7}_1 \times \frac{1}{\cancel{8}_{\cancel{4}_2}}$$

$$= 5.5 \text{ cm}$$

உதாரணம் 2



உருவில் காணப்படும் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் 44 cm ஆகும். அந்த ஆரைச்சிறையின் (வட்டத்தின்) ஆரையைக் காண்க.

வட்டத்தின் ஆரை r cm எனக் கொள்வோம்.

வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \dfrac{120}{360}$

$$\therefore \quad 44 = 2\pi r \times \frac{120}{360}$$

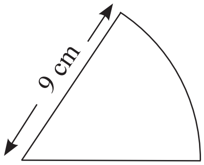
$$44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{\overset{1}{\cancel{120}}}{\cancel{360}_3}$$

$$\therefore \quad r = \frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{44}} \times 3 \times 7}{\cancel{2}_1 \times \cancel{22}_1}$$

$$r = 21 \text{ cm}$$

$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரை $= 21$ cm

உதாரணம் 3



உருவில் உள்ள ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் 11 cm ஆகும். இந்த ஆரைச்சிறையின் மையக் கோணத்தைக் காண்க.

மையக் கோணத்தை θ எனக் கொள்வோம்.
அப்போது,
வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \dfrac{\theta}{360}$

$$\therefore\ 11 = 2 \times \frac{22}{7} \times 9 \times \frac{\theta}{360}$$

$$\theta = \frac{\cancel{11}^{1} \times \cancel{360}^{\cancel{40}\ \cancel{20}\ 10} \times 7}{\cancel{2}_{1} \times \cancel{22}_{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{9}_{1}}$$

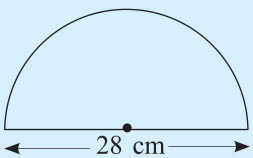
$$\theta = 70^\circ$$

$\therefore$ மையக் கோணத்தின் பெறுமதி 70° ஆகும்.

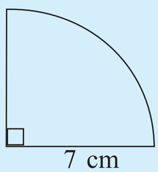
பயிற்சி 1.1

1. பின்வரும் ஆரைச்சிறைகள் ஒவ்வொன்றினதும் வில்லின் நீளத்தைக் காண்க.

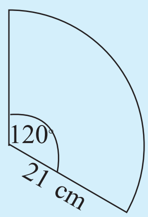
(i)



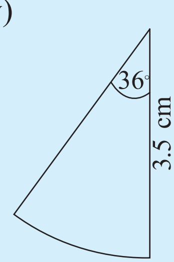
(ii)



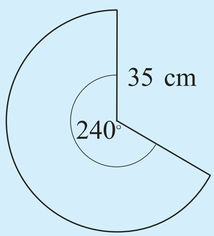
(iii)



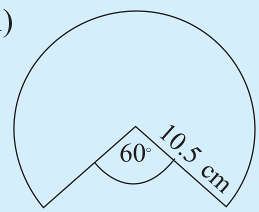
(iv)



(v)



(vi)

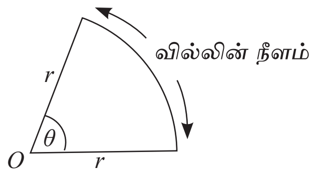


ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைக் காணல்

ஓர் ஆரைச்சிறையின் நீளத்தைக் கண்டபின் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைக் காண்பது இலகுவானது. ஓர் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைப் பெறுவதற்கு அதனை உள்ளடக்கும் இரு ஆரைகளின் நீளங்களையும் விற் பகுதியின் நீளத்தையும் கூட்ட வேண்டும்.

அதாவது, ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு = வில்லின் நீளம் + ஆரை + ஆரை

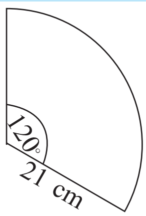
= வில்லின் நீளம் + 2 × ஆரை



அதாவது ஆரை r ஆகவும் மையக் கோணம் θ ஆகவும் இருக்கும்,

ஓர் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு $= \mathbf{2\pi r \times \dfrac{\theta}{360} + 2r}$

உதாரணம் 1



உருவில் மையக் கோணம் 120° ஐயும் ஆரை 21 cm ஐயும் உடைய ஓர் ஆரைச்சிறை உள்ளது. அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \dfrac{120}{360}$

$= 2 \times \dfrac{22}{\cancel{7}_1} \times \cancel{21}^{\cancel{3}^1} \times \dfrac{\cancel{120}^1}{\cancel{360}_{\cancel{3}_1}}$

$= 44$ cm

$\therefore$ ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு $= 44 \text{ cm} + 2 \times 21 \text{ cm}$

$= 86$ cm

உதாரணம் 2

ஒரு வட்டத்தின் $\dfrac{2}{3}$ ஆகவுள்ள ஓர் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு 260 cm ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.

வட்டத்தின் ஆரை r cm எனக் கொள்வோம்.

வில்லின் நீளம் $= 2\pi r \times \dfrac{2}{3}$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times r \times \dfrac{2}{3}$

$= \dfrac{88r}{21}$

ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு $= \frac{88r}{21} + 2r$

$$\therefore \frac{88r}{21} + 2r = 260$$

$$\therefore 88r + 42r = 260 \times 21$$

$$\therefore 130r = 260 \times 21$$

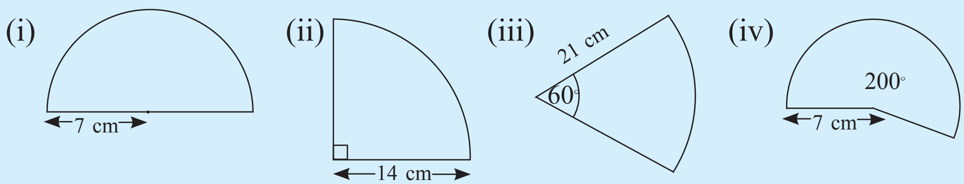
$$r = \frac{\cancel{260}^{2} \times 21}{\cancel{130}_{1}}$$

$$= \underline{42 \text{ cm}}$$

$\therefore$ ஆரைச்சிறையின் ஆரை 42 cm ஆகும்.

பயிற்சி 1.2

1. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஆரைச்சிறைகளின் சுற்றளவைக் காண்க.



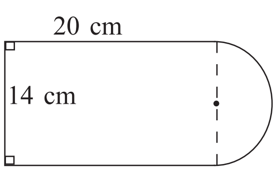
2. ஓர் ஆரைச்சிறையின்,
(i) மையக் கோணம் 180° ஆகவும் சுற்றளவு 180 cm ஆகவும் இருக்கும்போது
(ii) மையக் கோணம் 120° ஆகவும் சுற்றளவு 43 cm ஆகவும் இருக்கும்போது
அதன் ஆரையைக் காண்க.

3. ஓர் ஆரைச்சிறையின்,
(i) சுற்றளவு 64 cm ஆகவும் ஆரை 21 cm ஆகவும் இருக்கும்போது
(ii) சுற்றளவு 53 cm ஆகவும் ஆரை 21 cm ஆகவும் இருக்கும்போது அதன்
மையக் கோணத்தைக் காண்க.

1.2 ஆரைச்சிறைகளைக் கொண்ட தள உருவங்களின் சுற்றளவு

ஆரைச்சிறைகளைக் கொண்ட **கூட்டுத் தள** உருவங்களின் சுற்றளவைக் காணும் முறையைச் சில உதாரணங்களின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1



உருவில் 20 cm நீளமும் 14 cm அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வகத்துடன் அகலப் பக்கத்தை விட்டமாகக் கொண்ட ஓர் அரைவட்டம் இணைக்கப்பட்டுள்ள விதம் காணப்படுகின்றது. அவ்வுருவின் சுற்றளவைக் காண்க.

ஆரை r ஐ உடைய அரைவட்ட வில்லின் நீளம் $= \frac{1}{2} \times 2\pi r$ ஆகையால்,

ஆரை 7 cm ஐ உடைய வில்லின் நீளம் $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

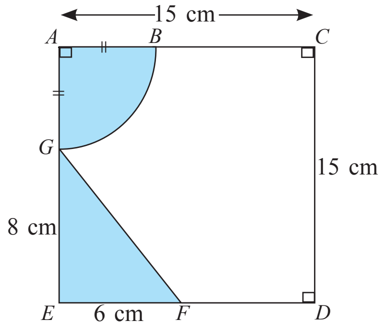
$= 22$ cm

$\therefore$ உருவின் சுற்றளவு $= 20 + 20 + 14 + 22$

$= 76$ cm

உதாரணம் 2

உருவில் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 15 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுரத் தகடு காணப்படுகின்றது. அதில் நிழற்றப்பட்டுள்ள AGB ஆரைச்சிறையையும் GEF முக்கோணியையும் வெட்டி அகற்றுவதற்கு உத்தேசிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றை வெட்டி அகற்றிய பின்னர் எஞ்சியிருக்கும் $BCDFG$ தகட்டின் சுற்றளவைக் காண்க.



$BCDFG$ இன் சுற்றளவு $= BC + CD + DF + FG +$ வில் GB

முதலில் FG இன் பெறுமானத்தைக் கணிப்போம்.

இதற்கு, செங்கோண முக்கோணி GEF இல் பைதகரசின் தேற்றப்படி

$$FG^2 = 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$\therefore FG = \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ cm}$$

அடுத்து வில் GB இன் நீளத்தைக் காண்போம். கோணம் BAG யின் பெறுமானம் 90° ஆகையால்

$$\text{வில் } GB = \frac{\cancel{90^\circ}^{1}}{\cancel{360^\circ}_{\cancel{4}\,\cancel{2}\,1}} \times \cancel{2}^{1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{7}^{1}$$

$$\text{வில் } GB = 11 \text{ cm}$$

இறுதியாக BC, DF ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்போம்

$$BC = 15 - 7$$
$$= 8 \text{ cm}$$
$$DF = 15 - 6$$
$$= 9 \text{ cm}$$

அதாவது $BCDFG$ இன் சுற்றளவு $= BC + CD + DF + FG +$ வில் GB

$= 8 + 15 + 9 + 10 + 11$ cm

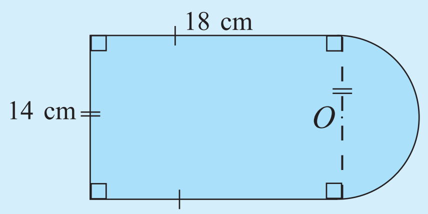
$= 53$ cm

$\therefore$ எஞ்சியிருக்கும் தகட்டின் சுற்றளவு 53 cm ஆகும்.

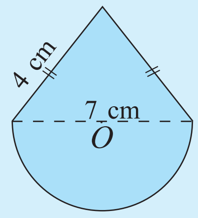
பயிற்சி 1.3

1. பின்வரும் தள உருவங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

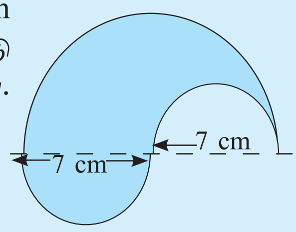
(i)



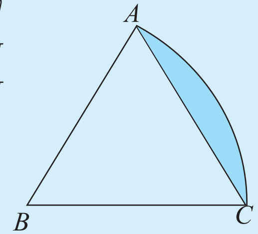
(ii)



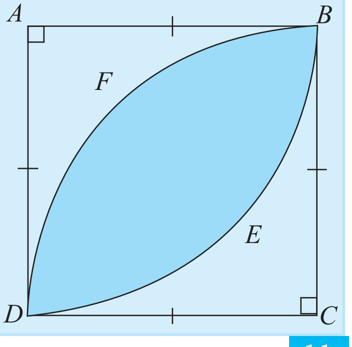
2. 7 cm ஆரையுள்ள ஓர் அரை வட்டத்தையும் 7 cm விட்டமுள்ள ஓர் அரை வட்டத்தையும் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட ஓர் உருவம் இங்கு காணப்படுகின்றது. நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.



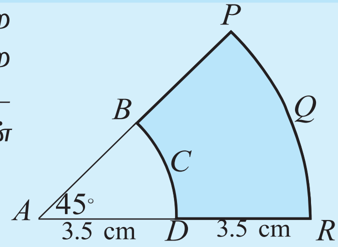
3. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 7 cm ஆகவுள்ள சமபக்க முக்கோணி ABC அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்திற்குச் சமமான ஆரையைக் கொண்ட ஓர் ஆரைச்சிறையினுள்ளே வரையப்பட்டுள்ள விதம் உருவில் காணப்படுகின்றது. நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.



4. உருவில் $ABED$, $CDFB$ ஆகிய இரண்டு ஆரைச் சிறைகள் காட்டப்பட்டுள்ளன. $AB = 10.5$ cm ஆயின், தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.



5. A யை மையமாகவும் AD , AR என்பவற்றை ஆரையாகவும் கொண்ட இரண்டு ஆரைச்சிறைகள் உருவில் காணப்படுகின்றன. நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் சுற்றளவிலும் ஆரைச்சிறை $APQR$ இன் சுற்றளவு எவ்வளவினால் கூடியது?

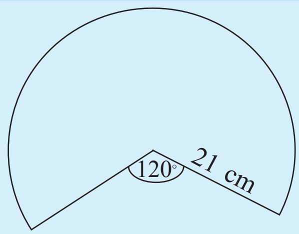


பொழிப்பு

- மையக் கோணம் θ ஆகவும் ஆரை r ஆகவும் உள்ள ஓர் ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் $2\pi r \times \frac{\theta}{360}$ இனால் தரப்படுகின்றது.
- ஓர் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு $2\pi r \times \frac{\theta}{360} + 2r$ இனால் தரப்படுகின்றது.

பலவினப் பயிற்சி

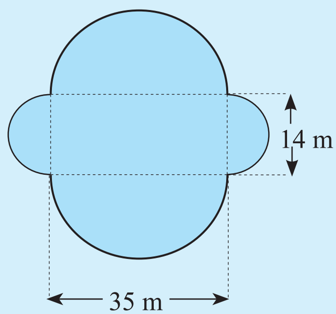
1. 21 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத் தகட்டிலிருந்து 120° ஆகவுள்ள ஓர் ஆரைச்சிறை வெட்டி அகற்றப்பட்டுள்ளது. தகட்டின் மீதிப் பகுதியின் சுற்றளவு 130 cm எனக் காட்டுக.



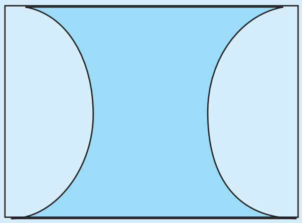
2. நான்கு அரைவட்ட எல்லைகளைக் கொண்ட ஒரு தடாகம் உருவில் காணப்படுகின்றது. தடாகத்தைச் சுற்றி எல்லைகள் வழியே ஒரு பாதுகாப்பு வேலி அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) தடாகத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

(ii) தடாகத்தைச் சுற்றி வேலி போடுவதற்கு 1 m இற்கு ரூ. 5 000 செலவாகும் எனின், தடாகத்தைச் சுற்றி வேலியிடுவதற்கு எவ்வளவு செலவாகும்.



3. இரு அந்தங்களிலும் இரு அரைவட்டப் பூப் பாத்திகள் உள்ள ஒரு செவ்வகக் காணி உள்ளது. நிழற்றப்பட்ட பகுதியில் புற்கள் வளர்க்கப்பட்டுள்ளன.



(i) புற்கள் வளர்க்கப்பட்ட பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க. புற்கள் வளர்க்கப்பட்ட பகுதியைச் சுற்றி 25 cm நீளமுள்ள செங்கற்கள் பதிக்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டது.

(ii) தேவையான கற்களின் அதிகுறைந்த எண்ணிகையைக் காண்க.

4. ஒரு யன்னலில் பொருத்தத் தயார்செய்யப்பட்ட அளியடைப்பின் (gril) ஒரு பகுதி உருவில் காணப்படுகின்றது. ஆரைச்சிறை வடிவத்தில் அமைக்கப்பட்ட இரு கம்பிப் பகுதிகளை உருவில் உள்ளவாறு உருக்கி இணைப்பதன் மூலம் அது செய்யப்பட்டுள்ளது. அதில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப அதனைத் தயார்செய்ய 13 cm நீளமுள்ள 10 கம்பித் துண்டுகள் தேவையென அதனை அமைத்தவர் கூறுகின்றார். அவருடைய கூற்று உண்மையானது என்பதைக் காரணங்களுடன் காட்டுக.