2.2 ඒකතල බල

වස්තුවක නිශ්චල තත්වය හෝ චලිත තත්වය වෙනස් කරන හෝ වෙනස් කිරීමට උත්සහ කරන කිසියම් හැකියාවක් බලය ලෙස හැඳින්වේ. බලය ආකාර තුනකින් පවතියි.

01. ආකර්ෂණ (විකර්ෂණ) බල

වස්තුන් දෙකක් අතර භෞතික සම්බන්ධතාවක් නොමැතිව හටගන්නා අනෝන්‍ය වශයෙන් ක්‍රියා කරන බල

උදා : ගුරුත්වාකර්ෂණ බල
විද්‍යුත් බල
චුම්භක බල
පරමාණුක බල

02. ප්‍රතික්‍රියා බල.

වස්තුන් දෙකක් එකිනෙක ස්පර්ශ වීමේදී අනෝන්‍ය වශයෙන් හටගන්නා බල.

03. ප්‍රතික්‍රියා බල.

ඇදුනු තන්තුවක හෝ දණ්ඩක හටගන්නා බල වස්තුවක් මත යොදන බලයක් යටතේ වස්තුවක ක්‍රියාව වෙනස් වේ.

බලය යටතේ සිදුවන ක්‍රියාවලිය (ත්වරනය වීම, භ්‍රමණය වීම, චලිත දිශාව වෙනස් කිරීම, පෙරලීම, වස්තුවේ හැඩය වෙනස්වීම) හඳුනාගැනීම සඳහා බලය පිළිබඳ පහත ගුණ දැනගෙන සිටිය යුතුය.

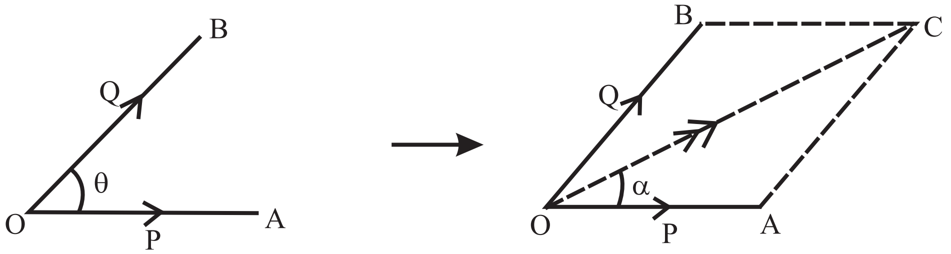
01. බලයේ විශාලත්වය.
02. බලයේ ක්‍රියාකාරී දිශාව හෙවත් අභිදිශාව
03. බලයේ ක්‍රියාකාරී (ක්‍රියා) ලක්ෂ්‍ය හෙවත් උපයෝගී ලක්ෂය.

බල සම්ප්‍රයුක්තය.

දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බල පද්ධතියක් මගින් ඇතිකරන ක්‍රියාවට සමාන ක්‍රියාවක් ඇති කරන පරිදි යෙදිය හැකි තනි බලය එම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය යැයි කියනු ලැබේ.

එකිනෙකට ආනත බල දෙකක් සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව

වස්තුවක් මත ක්‍රියාකරන P හා Q ඒකලක්ෂීය බල දෙකක් විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් OA හා OB මගින් නිරූපණය කරන අතර එම බල දෙක θ කෝණයකින් ආනත යැයි ගනිමු.



රූපයේ පරිදි OA හා OB බද්ධ පාද වශයෙන් ඇති OACB සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය කළ විට OC විකර්ණයෙන් ඉහත බල දෙකෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව නිරූපණය කරයි.

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta}$$

සම්ප්‍රයුක්ත බලය P සමඟ සාදන කෝණය α නම්

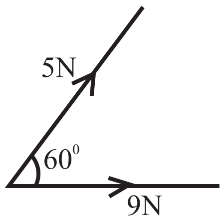
$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}\right)$$

බල සමාන්තරාස්‍ර ප්‍රමේය

සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද යුගලයක් මගින් බල දෙකක විශාලත්වය හා දිශාව නිරූපණය කළ විට එම පාද දෙක අතර වූ විකර්ෂණය මගින් එම බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව නිරූපණය කරයි.

eg :- (1) අංශුවක් මත 9 N හා 5N බැගින් වූ බල දෙකක් එකිනෙකට 60^0 ක් ආනතව ක්‍රියා කරයි නම් එහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.



$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos\theta}$$
$$= \sqrt{9^2 + 5^2 + 2 \times 9 \times 5 \times \cos 60^0}$$
$$= \sqrt{81 + 25 + 2 \times 9 \times 5 \times \frac{1}{2}}$$
$$= \underline{\underline{12.29\ N}}$$

9N බලයේ දිශාවට සම්ප්‍රයුක්තය සාදන කෝණය α නම්

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q \sin\theta}{P + Q\cos\theta}\right)$$
$$= \tan^{-1}\left(\frac{5 \sin 60^0}{9 + 5\cos 60^0}\right)$$
$$= 20^0\ 17'$$

eg :- (2) අංශුවක් මත ක්‍රියාක රන බල දෙකේ විශාලත්වය 12N හා 7N වන අතර ඒවා අතර කෝනය 120^0 කි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලතවය හා දිශාව සොයන්න.

බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයේ විශේෂිත අවස්ථා.

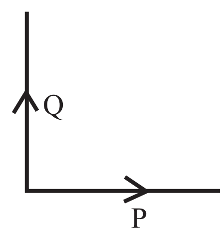
01. $Q = 0$ විට

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos\theta}$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 0}$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$$
$$= \sqrt{(P+Q)^2}$$
$$= P + Q$$

$$\tan\alpha = \frac{Q \sin 0}{P + Q \text{ Cso } 0}$$
$$\tan\alpha = 0$$
$$\alpha = 0$$

02. $Q = 90^0$ විට

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 90^0}$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2}$$



$$\tan\alpha = \frac{Q \sin 90^0}{P + Q \text{ Cso } 90^0}$$
$$\tan\alpha = \frac{Q}{P}$$

03. $Q = 180^0$ විට

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \text{ Cos } 180^0}$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ}$$
$$= \sqrt{(P - Q)^2}$$
$$= P - Q$$

$$\tan\alpha = \left[\frac{Q \text{ Sin } 180^0}{P + Q \text{ Cso } 180^0}\right]$$
$$\tan\alpha = \frac{0}{P - Q}$$
$$\alpha = 0$$

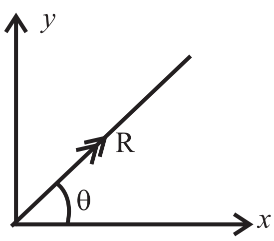
04. $\mathbf{P = Q}$ විට

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \text{ Cos } \theta}$$
$$= \sqrt{P^2 + P^2 - 2PP \text{ Cos } \theta}$$
$$= \sqrt{2P^2 (1 + \text{Cos } \theta)}$$
$$= P\sqrt{2 (1 + \text{Cos } \theta)}$$

බල විභේදනය

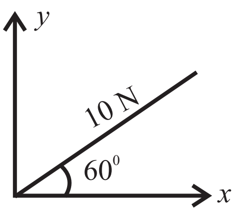
තනි බලයක් මගින් ඇතිකරන ක්‍රියාවට සමාන ක්‍රියාවක් ඇති කරන පරිදි බල දෙකක් හෝ කිහිපයක් යෙදූ විට එම බල දෙකට හෝ කිහිපයට තනි බලයේ සංරචක හෙවත් විභේදන කොටස් යැයි කියනු ලැබේ.

R බලය එකිනෙක ලම්භ දිශා දෙකකට විභේදනය කරමු.



$$\rightarrow Fx = R \text{ Cos } \theta$$
$$\uparrow Fy = R \text{ Sin } \theta$$

Eg :-



දී ඇති දිශා ඔස්සේ විභේදනය කරන්න.

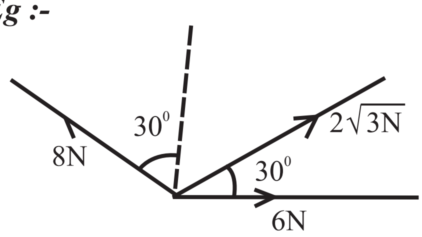
$$\rightarrow Fx = 10 \text{ Cos } 60^0$$
$$= 10 \times \frac{1}{2}$$
$$= \underline{\underline{5 \text{ N}}}$$

$$\uparrow Fy = 10 \text{ Sin } 60^0 \quad \text{හෝ} \quad \uparrow Fy = 10 \text{ Cos } 30^0$$
$$= 10 \times \sqrt{3}/2 \qquad = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \underline{\underline{5\sqrt{3} \text{ N}}} \qquad = \underline{\underline{5\sqrt{3} \text{ N}}}$$

අංශුවක් මත ක්‍රියාකරන ඒකතල බල පද්ධතියක සම්ප්‍රයුක්තය සෙවීම.

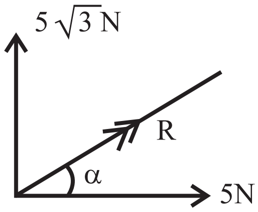
අංශුව මත ක්‍රියාකරන එක් එක් බලය වෙනුවට ලම්භ දිශා දෙකක් ඔස්සේ ක්‍රියාකරන විභේදන කොටස් දෙකක් යෙදිය හැක. එවිට මුළු බල පද්දතියම ලම්භ දිශා දෙකක් ඔස්සේ පවතින බල කාණ්ඩ දෙකකට වෙන් කල හැක. එවිට එක් දිශාවක් ඔස්සේ පවතින සියළු බල වෙනුවට ඒවායේ විශාලත්ව වල එකතුවට සමාන විශාලත්වයක් ඇති බලයක් එම දිශාවට යෙදිය හැක. එම බල පද්ධතිය වෙනුවට එකිනෙක ලම්බ දිශා වලට x, y බල දෙකක් සැලකිය හැක.

Eg :-



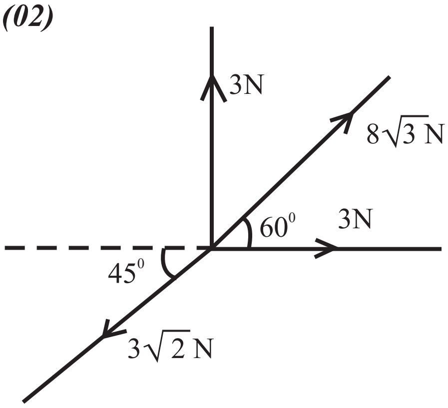
$$\rightarrow F_x = 6\,\text{Cos}\,0 + 2\sqrt{3}\,\text{Cos}\,30^0 - 8\,\text{Cos}\,60^0$$
$$= 6 + 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \times \frac{1}{2}$$
$$= 6 + 3 - 4$$
$$= \underline{\underline{5\text{ N}}}$$

$$\uparrow F_y = 6\,\text{Sin}\,0 + 2\sqrt{3}\,\text{Sin}\,30^0 + 8\,\text{Sin}\,60^0$$
$$= 0 + 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} - 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \sqrt{3} + 4\sqrt{3}$$
$$= 5\ 3\text{ N}$$



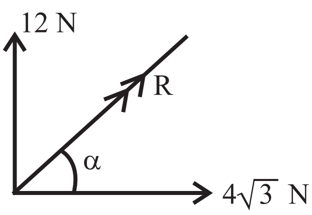
$$R^2 = (5\sqrt{3})^2 + 5^2$$
$$R^2 = 75 \times 25$$
$$R = 10\text{N}$$
$$\tan\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{5}$$
$$\tan\alpha = \sqrt{3}$$
$$\alpha = 60^0$$

Eg :- (02)



$$\rightarrow F_x = 3 + 8\sqrt{3}\ \text{Cos}\,60^0 - 3\sqrt{2}\,\text{Cos}\,45^0$$
$$= 3 + 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} - 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 3 + 4\sqrt{3} - 3$$
$$= 4\sqrt{3}\text{ N}$$

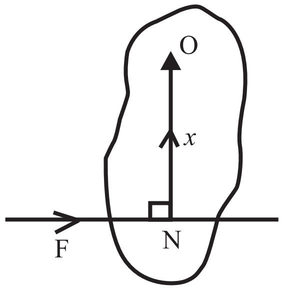
$$\uparrow F_y = 3 + 8\sqrt{3}\ \text{Sin}\,60^0 - 3\sqrt{2}\ \text{Sin}\,45^0$$
$$= 3 + 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= 3 + 12 - 3$$
$$= 12\text{ N}$$



$$R = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (12)^2}$$
$$= 48 + 144$$
$$= \underline{\underline{13.86\text{ N}}}$$
$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{12}}{4\sqrt{3}}$$
$$\tan\alpha = \sqrt{3}$$
$$\alpha = \underline{\underline{60^0}}$$

බල ඝූර්ණය

වස්තුවක් මත යොදනු ලබන බලයක් හේතුකොට ගෙන වස්තුව කිසියම් ලක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය වන්නේ නම් බලයේ විශාලත්වයත් භ්‍රමණ ලක්ෂයේ සිට බලයේ ක්‍රියා රේඛාවට පවතින අභිලම්භ දුරෙත් ගුණිතය භ්‍රමණයේ විශාලත්වය ඉදිරිපත් කිරීම සඳහා භාවිතා කරන අතර එය බල ඝූර්ණය හෙවත් ව්‍යාවර්තය ලෙස හැඳින්වේ.



O ලක්ෂය හරහා යන අක්ෂය වටා F බලයේ ඝූර්ණය

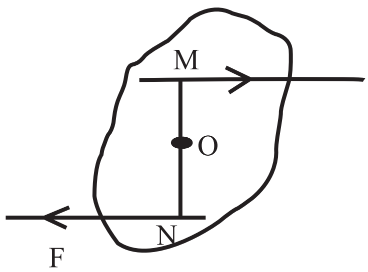
= බලය x බලයට භ්‍රමණ අක්ෂයේ සිට ලම්භ දුර

= F x ON

$\boxed{l = Fx}$ ඒකක - Nm වුවත් J වලට සමාන නොවේ.

බල යුග්ම.

විශාලත්වයෙන් සමාන දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ එකිනෙකට සමාන්තර ඒක රේඛීය නොවන බල දෙකකට බල යුග්මයක් යැයි කියනු ලැබේ.



මේ අනුව බල යුග්මයක සම්ප්‍රයුක්තය ශුන්‍ය නිසා එමගින් වස්තුව රේඛිය චලිතය වෙනස් නොවන අතර වස්තුව භ්‍රමණයට ලක් වේ.

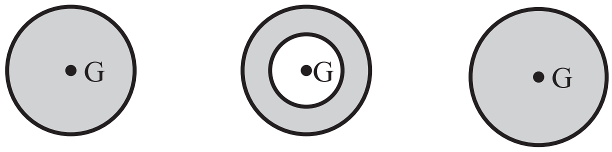
වස්තුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය,

ඕනෑම වස්තුවක් මත පෘථිවිය මගින් ආකර්ෂණ බලයක් මෙහෙය වන අතර මෙම බලය වස්තුවේ බර ලෙස හැඳින්වේ. එය වස්තුවේ වූ නිශ්චිත ලක්ෂයකින් ක්‍රියාත්මක වේ. එය ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය වේ.

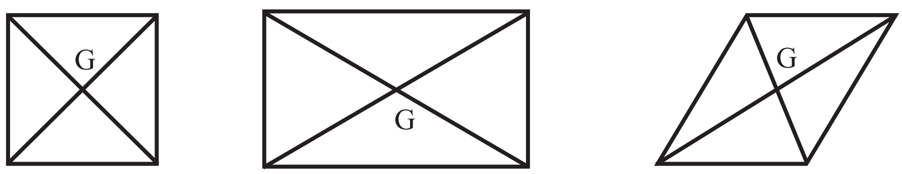
සමාකාර හැඩයෙන් යුත් වස්තුව ගුරුත්ව කේන්ද්‍රවල පිහිටීම, සමමිතිකත්වය බැලීමෙන් සොයා ගත හැක.

01. ඒකාකාර දණ්ඩ (මධ්‍ය ලක්ෂයේ පිහිටයි.)

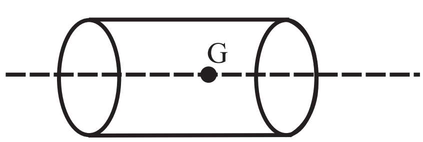
02. වෘත්තාකාර තැටිය, මුදුව, ඝණ හා කුහර ගෝල (ජ්‍යාමිතික කේන්ද්‍රවල පිහිටයි.)



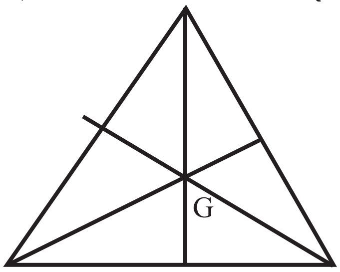
03. සමචතුරස්‍ර / සෘජුකෝණාස්‍ර / සමාන්තරාස්‍ර හැඩැති ඒකාකාර ආස්තර (විකර්ණ ඡේදනයවන ස්ථානයේ පිහිටයි)



04. ඝණ හා කුහර සිලින්ඩර (අක්ෂයේ මධ්‍ය ලක්ෂයේ පිහිටයි)



05. ඒකාකාර ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තර (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ඡේදනය වන ලක්ෂයේ පිහිටයි)



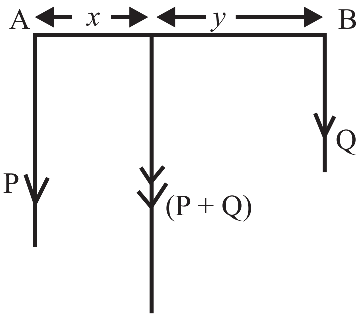
O වටා බල යුග්මයේ ඝූර්ණය (G) $= F \times OM + F \times ON$

$= F \times (OM + ON)$

$= F \times MN$

බල යුග්මයක ඝූර්ණය = එක් බලයක විශාලත්වය x බල දෙක අතර ලම්බ දුර

සමාන්තර බල වල සම්ප්‍රයුක්තය හා ක්‍රියා රේඛාව.



සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ඝූර්ණය = වෙන වෙනම බල වල ඝූර්ණ වල වීජීය ඓක්‍ය

$(P + Q)\,x = Q\,(x + y)$

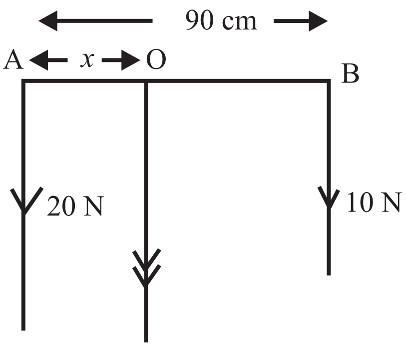
$Px \times Qx = Qx + Qy$

$Px = Qy$

$$\boxed{\frac{x}{y} = \frac{Q}{P}}$$

මේ අනුව P හා Q සජාතීය බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා ලක්ෂය P හා Q හි ක්‍රියා ලක්ෂය යා කරන රේඛාව Q : P අනුපාතයට බෙදෙන ලක්ෂය වේ.

eg :- 10 N හා 20 N බැගින් වූ සජාතීය බල දෙකක් එකිනෙක 90 cm ක් දුරින් ක්‍රියා කරයි නම් බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය සොයන්න.



සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය

$R = 20\text{ N} + 10\text{ N}$

$= \underline{\underline{30\text{ N}}}$

$\frac{x}{y} = \frac{G}{P}$

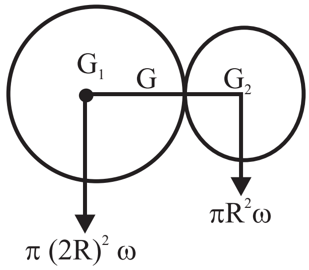
$\frac{x}{90 - x} = \frac{10}{20}$

$20x = 900 - 10x$

$x = \underline{\underline{30\text{ cm}}}$

සංයුක්ත වස්තු වල ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සෙවීම.

eg :- රූපයේ දැක්වෙන අරය 2R හා R වූ ගෝල සංයුක්තයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සොයන්න.

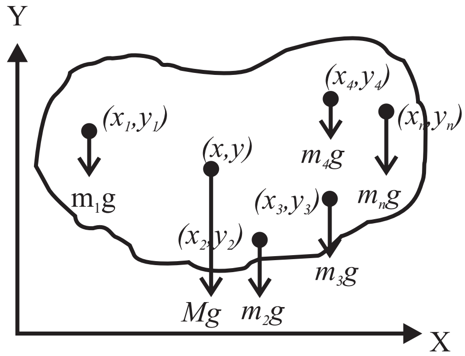


$$G_1G_2 = 2R + R = 3R$$

G වටා සූර්ණය ගැනීමෙන්

$$\pi (2R)^2 \omega \times x = \pi R^2 \omega \times (3R - x)$$
$$4x = 3R - x$$
$$x = \frac{3R}{5}$$

අංශු ව්‍යාප්තියට ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම



රූපයේ දැක්වෙන්නේ අංශු n සංඛ්‍යාවකින් සමන්විත වන අංශු ව්‍යාප්තියක එක් එක් අංශුවෙහි පිහිටීම් XY අක්ෂ පද්ධතියක් මඟින් නිරූපණය වන ආකාරයයි. පද්ධතියේ අංශුවල ස්කන්ධ $m_1, m_2, m_3, m_4, ...m_n$ වේ. එම අංශුවල පිහිටුම් ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් (x_1,y_1) (x_2,y_2), (x_3,y_3), (x_4,y_4) .... (x_n,y_n) වේ. අංශු සියල්ලේ මුළු ස්කන්ධය,

$M - m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + ... + m_n$ වන අතර, පද්ධතියේ මුළු බර Mg, එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා ක්‍රියා කරයි. ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම් හරහා ක්‍රියා කරයි. ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම් ඛණ්ඩාංකය $(\overline{x}, \overline{y})$ සූර්ණ පිළිබඳ මූලධර්මය ඇසුරෙන් පහත පරිදි සොයා ගත හැක.

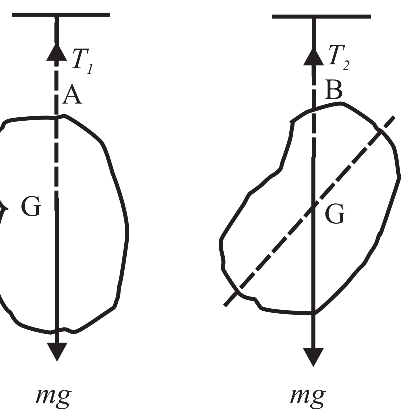
$$\overline{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + ... + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + ... + m_n}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum mx}{\sum m}$$

$$\overline{y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + ... + m_ny_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + ... m_n}$$

$$\overline{y} = \frac{\sum mx}{\sum m}$$

අසමාකාර හැඩයෙන් යුත් ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම නිර්ණය කිරීම.



(a) (b)

ඒකාකර ඝනකමින් යුත් නිශ්චිත හැඩයක් නොමැති ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම නිර්නය කිරීම පහත පරිදි සිදු කළ හැක.

(a) රූපයේ පරිදි ආස්තරයේ කෙළවරක පිහිටි A වැනි ලක්ෂ්‍යයකින් ගැට ගැසූ තන්තුවකින් ආස්තරය යටතේ ආස්තරය සමතුලිත වේ. මෙහි දී ආස්තරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය (G) හා A ලක්ෂ්‍යය එකම සිරස් රේඛාවක පිහිටයි. දැන් එම රේඛාව නිර්මානය කරන්න. ඉන්පසු (b) රූපයේ පරිදි ආස්තරය වෙනත් ලක්ෂ්‍යයකින් (B) එල්වා එම ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සිරස් රේඛාව ද නිර්මාණය කරන්න. ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මෙම රේඛාව මත පිහිටිය යුතු බැවින් මෙම රේඛා දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ලැබේ.

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය

වස්තුවක ස්කන්ධය ක්‍රියා කරන්නා වූ ලක්ෂ්‍යය එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නම් වේ. අංශු පද්ධතියක් සැලකූ විට එහි මුළු ස්කන්ධය ක්‍රියා කරන්නා වූ හෝ එයි මුළු ස්කන්ධය ක්‍රීයා කරන්නා සේ සැලකිය හැකි ලක්ෂ්‍යය එම පද්ධතියේ ස්කන්දය කේන්ද්‍රයයි.

සාමාන්‍යයෙන් වස්තුවක හෝ අංශු පද්ධතියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමඟ සමපාත වේ. එසේ වන්නේ වස්තුවක හෝ අංශු පද්ධතිය පවතින ස්ථානයේ ගුරුත්වජ ත්වරණය නියතව පවතින හෙයිනි. විශාල වස්තුක් සැලකූ විට එහි විවිධ ස්ථානවල ගුත්වජ ත්වරණ අගයන් එකිනෙකට වෙනස් විය හැකි නිසා එවැනි වස්තුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමඟ සමපාත නොවේ.

★ ★ ★ ★ ★ ★

Prepared by,

Nayomi Wijerathne,

Waharaka M.V