සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

සති පාසල

සංයුක්ත ගණිතය –– 13 ශ්‍රේණිය

සැකසුම - ශාන්ති ජෙනීපා



නිපුණතාව :ධන නිඛිලයක් සඳහා ගණිතමය ප්‍රතිඵලය සාධනය කිරීමේ ක්‍රමයක් ලෙස ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම:ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතා කරයි.(ශ්‍රේණියක එකතුව සාධනය)

ධන නිඛිල සඳහා ඇති ප්‍රතිඵලවල සත්‍යතාව තහවුරු කිරීමට මෙම මූලධර්මය යොදා ගනී.මෙය පියවර 03 කි.

P(n) යනු ගණිතමය ප්‍රකාශනයක් යැයි සිතමු.

- පළමු අවස්ථාව සඳහා ප්‍රකාශනය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.(n=1 සඳහා)
- $n=p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව උපකල්පනය කරන්න.මෙහි $p\epsilon\mathbb{Z}^+$ වේ.
- $n=p+1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල එකට ගත්කළ සියලු $n\epsilon\mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ගණිතමය ලෙස අභ්‍යුහනය කළ හැකිය.

උදා:ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදාගෙන ඕනෑම $n$ ධන නිඛිලයක් සඳහා $1+2+\cdots+n=n(n+1)/2$ බව සාධනය කරන්න.

- $n=1$ විට
  ව.පැ $=1$
  ද.පැ $=\frac{1(1+1)}{2}=1=$ව.පැ
  $\therefore n=1$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

- $n=p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.$p\in\mathbb{Z}^+$
  $1+2+\cdots+p=p(p+1)/2$ යැයි උපකල්පනය කරමු.

- උපකල්පිත ප්‍රකාශනයේ දෙපසටම $(p+1)$ වන පදය එකතු කරමු.

$$\begin{aligned}1+2+\cdots+p+p+1&=\frac{p(p+1)}{2}+(p+1)\\&=(p+1)\left[\frac{p}{2}+1\right]\\&=\frac{(p+1)}{2}(p+2)\\&=\frac{(p+1)}{2}(\overline{p+1}+1)\end{aligned}$$

$\therefore n=p+1$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

$\therefore n = p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් $n = p + 1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත. එම නිසා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ

1.ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \epsilon \mathbb{Z}^+$ සඳහා $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ බව සාධනය කරන්න.

i පියවර

$n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න

ii පියවර

$n = p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව උපකල්පනය කරන්න

iii පියවර
$n = p$ සඳහා සත්‍ය බව උපකල්පනය කළ ප්‍රකාශනයේ දෙපසටම $p + 1$ වන පදය එකතු කරන්න

iv පියවර
දකුණු පස ප්‍රකාශනය සුළු කර $(p + 1)$ වන පදයට ලැබෙන ප්‍රකාශනය සකසන්න

v පියවර
සත්‍ය බව ගණිතමය ලෙස අභ්‍යුහනය කරන්න.

ඉහත 1 ගැටලුවට පිළිතුරු සැපයූ ක්‍රියාවලියම යොදාගෙන පහත ප්‍රකාශන සත්‍ය බව පෙන්වන්න

1 සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(3r - 1) = n^2 (n + 1)$

2 $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

3 $\sum_{r=1}^{n} r(r + 4) = \frac{n}{6}(n + 1)(2n + 13)$

4 $\sum_{r=1}^{n} (4r + 1) = n\,(2n + 3)$

5 $\sum_{r=1}^{n} r(r + 1) = \frac{n}{3}(n + 1)(n + 2)$

6 $\sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{1}{4} n^2 (n + 1)^2$

7 $\sum_{r=1}^{n} (2r + 1) = n\,(n + 2)$

8 $\sum_{r=1}^{n} \frac{r}{2^r} = 2 - \frac{(n+2)}{2^n}$

9 $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$