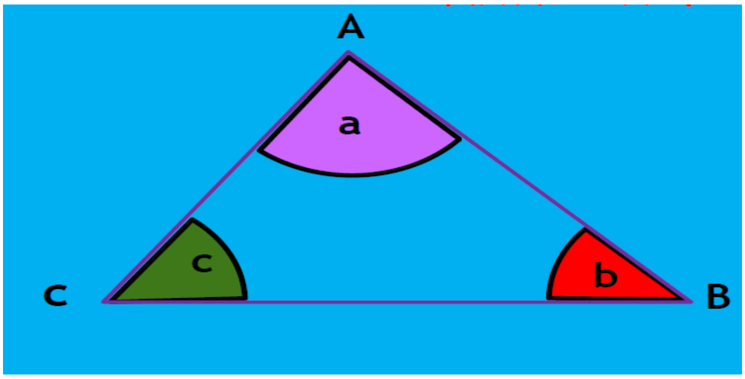
முக்கோணிகள் - I

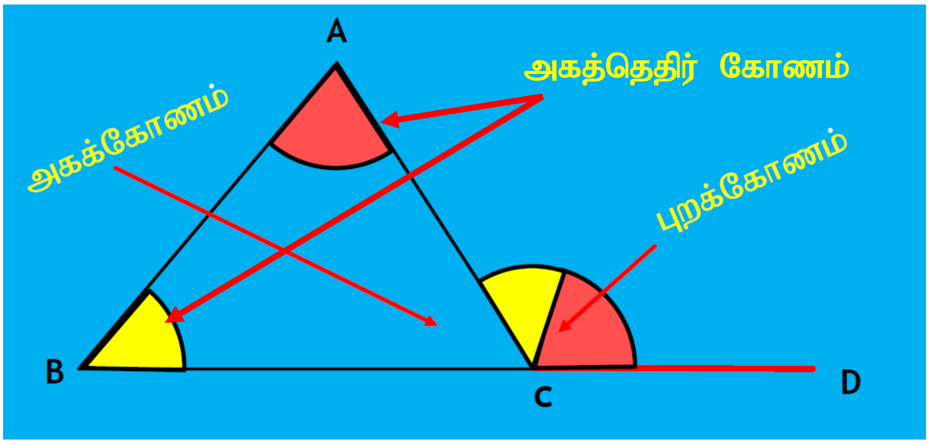
தரம் - 10

தொகுப்பு - செ . குணசிங்கம்
கே/தெஹி/ ஸ்ரீ கதிரேசன் தேசிய பாடசாலை



மூன்று பக்கங்களை கொண்ட ஒரு மூடிய தளவுரு முக்கோணி எனப்படும். இம்முக்கோணியில் **AB,BC,AC** என்பன பக்கங்கள் ஆகும். **$B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$** என்பன கோணங்கள் ஆகும்.

முக்கோணியின் புறக்கோணம்

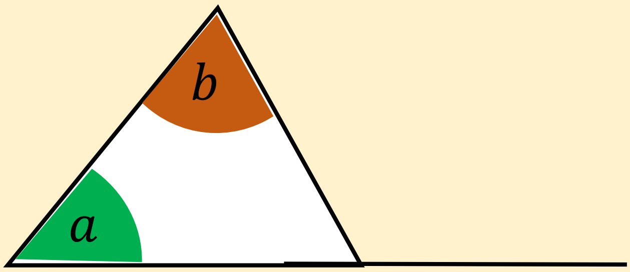


உருவில் முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC யை D வரை நீட்டுகின்றபோது $A\hat{C}D$ எனும் புறக்கோணம் உருவாகும்

தேற்றம்: முக்கோணி ஒன்றின் பக்கம் ஒன்றை நீட்டுவதனால் உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

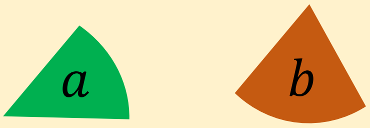
செயற்பாடு

☞ பிறிஸ்டல் அட்டைத் துண்டு ஒன்றின் மீது உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு முக்கோணி ஒன்றை வரைக. அதன் ஒரு பக்கத்தை நீட்டிப் புறக்கோணம் ஒன்றைப் பெற்றுக்கொண்டு அதன் தொடர்பான அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டையும் நிழற்றுக.

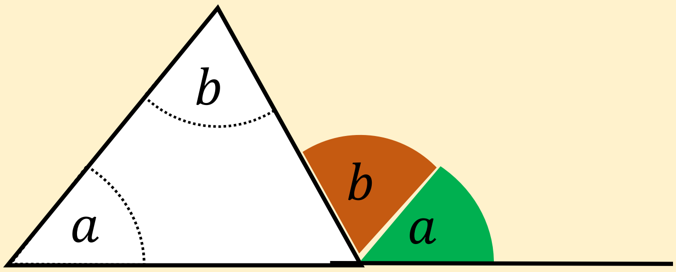


☞ உருவில் உள்ளவாறு அதே அளவான முக்கோணியை பயிற்சி கொப்பியில் வரைந்து புறக்கோணத்தையும் குறித்து கொள்க

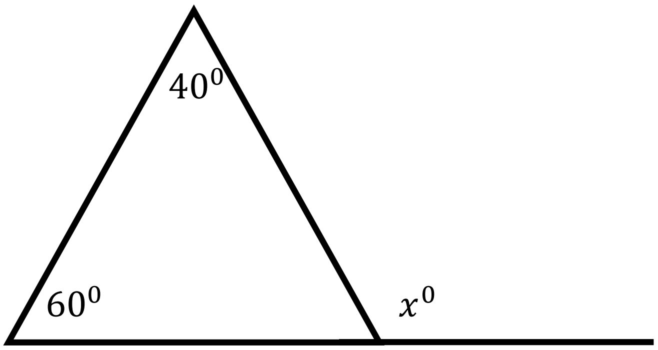
☞ மேலே குறிப்பிட்ட அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டையும் வெட்டி அடர்களாக வேறாக்குக



☞ வெட்டி வேறாக்கிய அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டையும் புறக்கோணத்துடன் பொருந்துமாறு வைத்து ஒட்டிக்கொள்க.



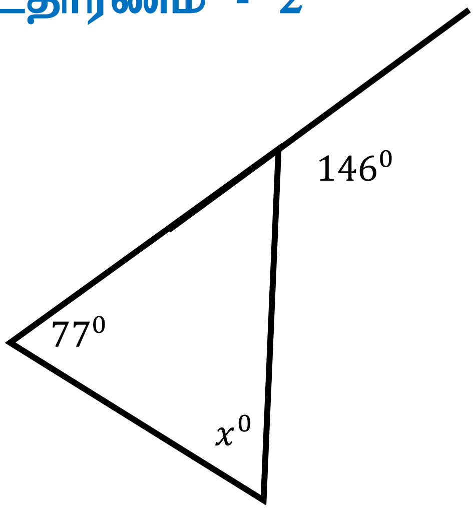
உதாரணம் - 1



$$x = 40^0 + 60^0$$

$$x = 100^0$$

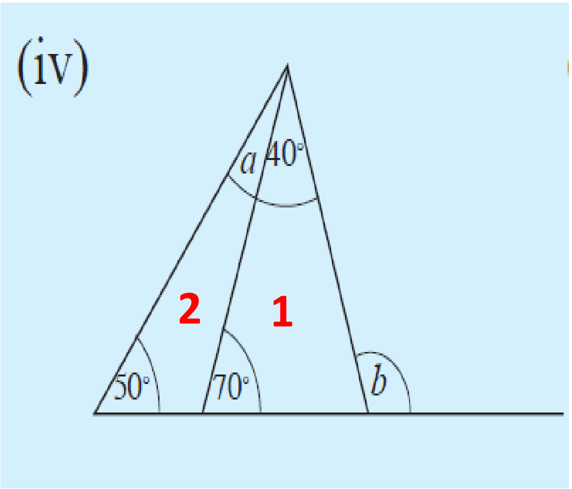
உதாரணம் - 2



$$x = 146^0 - 77^0$$

$$x = 69^0$$

இப்போது நாம் எமது பயிற்சி புத்தகத்தில் 91 ம் பக்கத்தில் மீட்டற் பயிற்சியில் (1) iv வது வினாவை பாரப்போம்.



உருவில் முக்கோணி இலக்கம் 1 யை கவனியுங்கள் அதில் அகக்கோணங்களான $40^0, 70^0$ யும் கூட்டினால் b கோணமாகிய புறக்கோணம் கிடைக்கும்

$$b = 40^0 + 70^0 = 110^0$$

அதேபோல் முக்கோணி இலக்கம் 2 யை கவனியுங்கள்

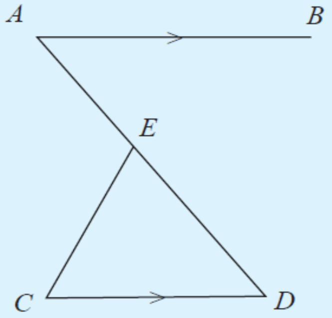
$$a = 70^0 - 50^0$$

$$a = 20^0$$

அதே போல் பாடபுத்தகத்தில் 91 ம் பக்கம் மீட்டற் பயிற்சியில் ஏனைய வினாக்ககளை நன்கு அவதானித்து செய்து பார்க்க

இப்போது நாம் எமது பாடபுத்தகத்தில் 93 ம் பக்கம் ஏனைய ஒரு சில வினாக்களை பாரப்போம்.

2. உருவில் உள்ளவாறு AB யும் CD யும் சமாந்தர மானவையெனின் $A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ என நிறுவுக.



உங்களுக்கு தெரியும் CED என்ற முக்கோணியின் $A\hat{E}C$ என்ற புறக்கோணமானது $E\hat{C}D$ யையும் $E\hat{D}C$ யையும் கூட்டுவதனால் கிடைக்கும்.

$A\hat{E}C = E\hat{C}D + E\hat{D}C$ யையும் என எழுத முடியும்

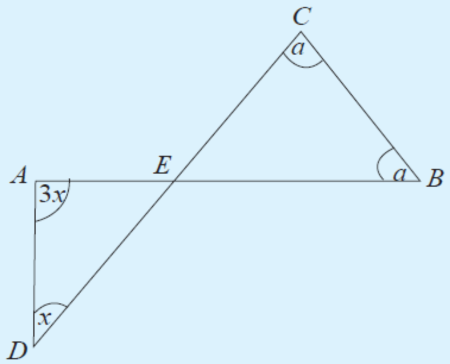
அத்துடன் AB யும் CD யும் **சமாந்தரம்** ஆகும்

$B\hat{A}D = E\hat{D}C$ ஆகும். (**ஒன்று விட்ட கோணம்**)

ஆகவே $E\hat{D}C$ என்ற கோணத்துககு பதிலாக நாம் $B\hat{A}D$ என்ற கோணத்தை குறிப்பிடலாம்

$A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ ஆகும்

4. உருவில்உள்ளவாறுAB, CD என்னும் நேர்கோடுகள் E இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன. தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $a = 2x$ எனக் காட்டுக.



AED, CEB ஆகிய முக்கோணிகளில் கோணம் $A\hat{E}C$ புறக்கோணமாகும்

$A\hat{E}C = B\hat{C}E + C\hat{B}E$ அல்லது $A\hat{E}C = E\hat{A}D + E\hat{D}A$ ஆகும்

$A\hat{E}C = a + a$ அல்லது $A\hat{E}C = 3x + x$ ஆகும்

$a + a = 3x + x$

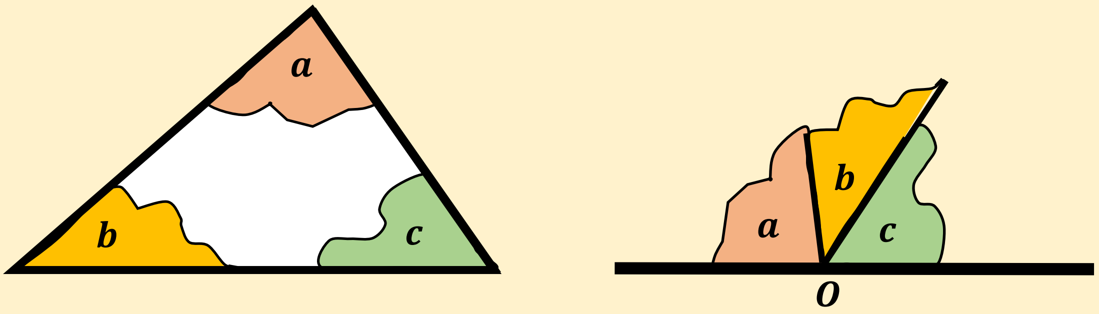
$2a = 4x$ **(இரண்டு பக்கமும் 2 ஆல் வகுப்போம்)**

$a = 2x$

செயற்பாடு

☞ ஒரு பிஸ்டல் அட்டையில் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் அகக்கோணங்களை a, b, c என பெயரிடுக.

☞ a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங்களையும் உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக



☞ வெட்டி எடுத்த a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங்களையும் உருவில் உள்ளவாறு ஒரு நேர்கோட்டில் புள்ளி O வில் வைப்பதன் மூலம் $a + b + c = \ 180^0$ என்பதை காணலாம்.

☞ ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.

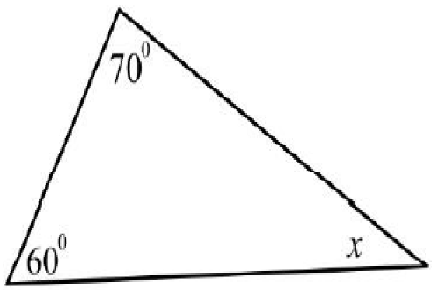
உதாரணம் - 1 கீழே தரப்படுகின்ற கோணங்கள் மூன்றும் முக்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்கள் ஆகுமா?

1. $50^0, 40^0, 70^0$ ஆகிய மூன்று கோணங்களையும் கூட்டுகின்ற போது பெறுமானம் 180^0 கிடைக்கின்றதா என பாருங்கள்

$$50^0 + 40^0 + 70^0 = 160^0$$

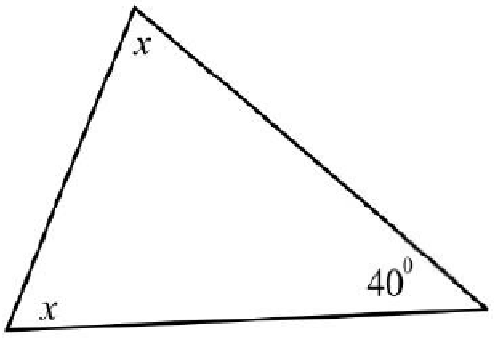
எந்த முக்கோணியினதும் மூன்று அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தோகை 180^0 ஆகும். இங்கு மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 விட குரைவாகவே உள்ளது. எனவே இவை முக்கோணியின் அகக்கோணங்களாக ஏற்றுக்கொள்ளப்படமாட்டாது

உதாரணம் - 2



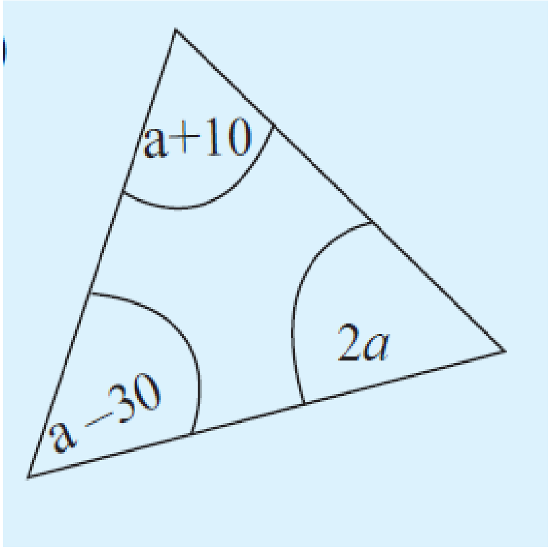
$$x + 70^0 + 60^0 = 180^0$$
$$x + 130^0 = 180^0$$
$$x = 180^0 - 130^0$$
$$x = 50^0$$

உதாரணம் - 3



$$x + x + 40^0 = 180^0$$
$$2x + 40^0 = 180^0$$
$$2x = 180^0 - 40^0$$
$$2x = 140^0$$
$$x = 70^0$$

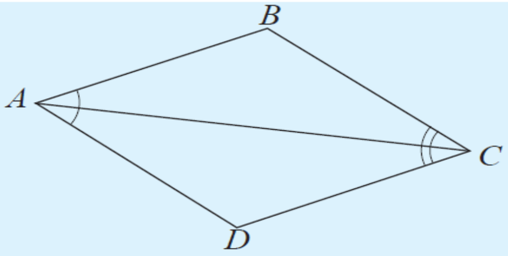
இப்போது நாம் எமது பாடபுத்தகத்தில் 96 ம் பக்கத்தில் 8.2 பயிற்சியில் (2) iii வது வினாவை பாரப்போம்



$$a + 10 + a - 30 + 2a = 180^0$$
$$4a - 20 = 180^0$$
$$4a = 180^0 + 20$$
$$4a = 200^0$$
$$a = 50^0$$

இப்போது நாம் எமது பாடபுத்தகத்தில் 100 ம் பக்கம் ஏனைய பயிற்சிகளை பாரப்போம்

2. தரப்பட்டுள்ள உருவில் நாற்பக்கல் $ABCD$ யின் மூலைவிட்டம் AC யினால் $B\hat{A}D$, $B\hat{C}D$ ஆகியன இருசமகூறிடப்பட்டுள்ளன. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ என நிறுவுக.



உங்களுக்கு இந்த பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு **சமப்படுத்தல்** முறையினை பயன்படுத்த முடியும். அதற்க்காக உருவில் இரு முக்கோணிகளை இணங்கான்போம்.

அதாவது முக்கோணி ABC, ADC யில்

$B\hat{A}C = C\hat{A}D$

$B\hat{C}A = A\hat{C}D$ எனக் கொள்க.

முக்கோணி ABC யில் $A\hat{B}C + B\hat{A}C + B\hat{C}A = 180^0$ ஆகும்

முக்கோணி ADC யில் $A\hat{D}C + C\hat{A}D + A\hat{C}D = 180^0$ ஆகும்

ஆகவே $\mathbf{A\hat{B}C + \cancel{B\hat{A}C} + \cancel{B\hat{C}A} = A\hat{D}C + \cancel{C\hat{A}D} + \cancel{A\hat{C}D}}$

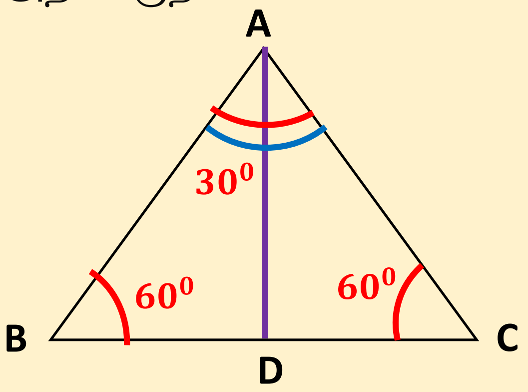
$\mathbf{A\hat{B}C = A\hat{D}C}$ ஆகும்.

5. முக்கோணி ABC யில் $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ ஆகும். $B\hat{A}C$ யின் இருகூறாக்கியானது பக்கம் BC ஐ D இல் சந்திக்கின்றது.

(i) $B\hat{A}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) ΔABD ஒரு செங்கோண முக்கோணியென நிறுவுக.

முதலில் தகவல்களுக்கு பொருத்தமான படத்தினை வரைந்து தரவுகளை அதில் குறிக்க.



i) ABC சமபக்க முக்கோணி கோணங்கள் சமன்.

எனவே – $B\hat{A}C \quad \frac{180^0}{3} = 60^0$

ii) ABC சமபக்க முக்கோணி கோணங்கள் சமன்.

$A\hat{B}C + B\hat{A}D + A\hat{D}B = 180^0$

$60^0 + 30^0 + A\hat{D}B = 180^0$

$90^0 + A\hat{D}B = 180^0$

$A\hat{D}B = 180^0 - 90^0$

$A\hat{D}B = 90^0$

முக்கோணி ABD செங்கோண முக்கோணி ஆகும்