11 ශ්‍රේණිය - ගණිතය

1 පාඩම - තාත්වික සංඛ්‍යා

සංඛ්‍යා වර්ගීකරණය

පවතින හා ලියා දැක්විය හැකි සියලුම සංඛ්‍යා තාත්වික සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි. එහෙත් ලියා දැක්විය හැකි මුත් නොපවතින සංඛ්‍යාද ඇත. $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-3}$ ආදී සංඛ්‍යා ලියා දැක්විය හැකිය. නමුත් එවැනි සංඛ්‍යා නොමැත. එම සංඛ්‍යා අතාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

තාත්වික සංඛ්‍යා ප්‍රධාන වර්ග දෙකකි. එනම් පරිමේය සංඛ්‍යා හා අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ. මෙම පරිමේය සංඛ්‍යා එදිනෙදා ගණනය කිරීම් වලදී බොහෝ විට භාවිතා කරයි. අපරිමේය සංඛ්‍යා ඉදිරි පාඩම් කොටස් වලදී සාකච්ජා කෙරේ.

පරිමේය සංඛ්‍යා -

හරය ශුන්‍ය නොවන නිඛිල දෙකක භාගයක් ලෙස දැක්විය හැකි සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි. මෙය මෙසේද දැක්විය හැකිය.

a හා b නිඛිල දෙකක් නම් $b \neq 0$ නම් a/b ලෙස ලිවිය හැකි සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා ලෙස අර්ථ දක්වයි. මෙය කුලකයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකිය.

පරිමේය සංඛ්‍යා (Q) = $\{\frac{a}{b} : a , b \in$ හා $b \neq 0\}$

පරිමේය සංඛ්‍යා කිහිපයක් මෙසේ දැක්විය හැකිය.

1. ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා - 1, 2, 3, 4 ...... ආදී සංඛ්‍යා
2. ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා - 2, 4, 6, 8, ... ආදී සංඛ්‍යා
3. ඔත්තේ සංඛ්‍යා -1, 3, 5, 7
4. ප්‍රථමක සංඛ්‍යා -2, 3,5,7,11
5. වර්ග සංඛ්‍යා -1,4,9,16
6. ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා -1, 3,6
7. නිඛිල සංඛ්‍යා -3, -2,-1,0,1,2
   - ධන නිඛිල - 1, 2, 3, 4
   - සෘණ නිඛිල - -1, -2,-3
8. භාග සංඛ්‍යා -
   - ඒකක භාග - $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

නිත්‍ය භාග - $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$

මිශ්‍ර භාග - $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$

විෂම භාග - $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{13}{8}$

9. දශම සංඛ්‍යා

අන්ත දශම - භාග සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවක් බවට හැරවීමේ දී එම භාගයේ ලවය හරයෙන් ඉතිරි නැතිව බෙදෙ නම් එසේ ලැබෙන දශම සංඛ්‍යාව අන්ත දශමයකි.

$\frac{1}{2} = 0.5$ $\frac{3}{4} = 0.75$

භාගයක හරය 2 හා 5 ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණාකර පමණක් වේ නම් එයින් ලැබෙන දශමය සංඛ්‍යා අන්ත දශමයකි.

2 x 2 x 2 = 8 $\frac{3}{8} = 0.375$

2 x 2 x 5 = 20 $\frac{7}{20} = 0.35$

5 x 5 = 25 $\frac{13}{25} = 0.52$

2 x 2 x 2 x 5 $\frac{17}{40} = 0.925$

සමාවර්ථන දශම - භාග සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවක් බවට පත් කිරීමේදී එහි ලවය හරයෙන් බෙදූ විට ලැබෙන දශම සංඛ්‍යාව හෝ කිහිපය පුන පුනා ලැබේ නම් එම දශම සංඛ්‍යා සමාවර්ථන දශමයි.

$\frac{1}{3} = 0.3333.......$ $= 0.3$

$\frac{5}{6} = 0.8333........$ $= 0.83$

$\frac{2}{9} = 0.2222.......$ $= 0.2$

$\frac{1}{15} = 0.0666......$ $=0.6$

<u>අපරිමේය සංඛ්‍යා -</u>

පරිමේය සංඛ්‍යා යනු හරය 0 නොවූ නිඛිල දෙකක භාගයක් ලෙස ලිවිය හැකි සංඛ්‍යා ලෙස දක්වන බව ඉහත දක්වා ඇත. ඒ අනුව අපරිමේය සංඛ්‍යා වන්නේ නිඛිල දෙකක භාගයක් ලෙස දැක්විය නොහැකි සංඛ්‍යා වේ.

එනම් a හා b නිඛිල දෙකක් නම් a/b ලෙස දැක්විය නොහැකි සංඛ්‍යා වේ.

$\sqrt{2}$ හි අගය නිඛිල දෙකක භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස දැක්විය නොහැකිය.

$\sqrt{2}$. 41421356237...... ආදී ලෙස සමාවර්ථ හෝ අන්ත දශම නොවන සංඛ්‍යාවකි. ඒවා අනන්ත දශම ලෙසද දක්වයි.
මේ අනුව ගණිතවේදී භාවිතා කරන π හි අගය අපරිමේය සංඛ්‍යාවකි. එහෙත් ගණනය කිරීම්වලදී එය 3.142 හෝ $\frac{22}{7}$ ලෙස පරිමේය සංඛ්‍යාවක් වශයෙන් භාවිතා කරයි.

ගණනය කිරීම්වලදී ලැබෙන මූළ ලකුණු සහිත බොහෝ සංඛ්‍යා අපරිමේය සංඛ්‍යාවන් වේ. එහෙත් $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{27}$ ආදිය නිශ්චිත අගයන් ලැබෙන බැවින් ඒවාද පරිමේය සංඛ්‍යා වේ.
එහෙත් $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{7}$ ආදී අනෙකුත් සංඛ්‍යා සියල්ල අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ.

<u>කරණී</u>
පූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය කරණියක් ලෙස දැදින්වේ. ඒවා සියල්ල අපරිමිත සංඛ්‍යා වේ.
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ යනාදී සංඛ්‍යා කරණිය වේ.

කරණියක් තවදුරටත් සුළු කර දැක්විය හැකි නම් එවැනි කරණී සුවිල කරණී ලෙස හඳුන්වයි.
$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
ඉහත $\sqrt{12}$ යනු සුවිල කරණියකි. එය $2\sqrt{3}$ ලෙස සුළු කර දැක්විය හැකිය.

$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$

$\sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10} = 3\sqrt{10}$

ඉහත සඳහන් ආකාරයට
$\sqrt{8}$ $\sqrt{18}$ $\sqrt{20}$ $\sqrt{75}$ $\sqrt{24}$ $\sqrt{30}$ ආදී කරණී අවිල කර්ණී ලෙස හඳුන්වන අතර ඒවා සුළු කර දැක් වූ විට ලැබෙන
$2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $5\sqrt{3}$ ආදී ඒවා කරණී ලෙසට දක්වයි.

$3\sqrt{8} = 3 \times \sqrt{4 \times 2} = 3 \times 2\sqrt{2}$ $6\sqrt{2}$

මේ අනුව $3\sqrt{8}$ අවිල කරණියන් වන අතර එය සුළු කර දැක්වූ $6\sqrt{2}$ කර්ණියක් ලෙසට හඳුන්වයි.

<u>අභ්‍යාස 01</u>
1. පහත සඳහන් අවිග කරණී කරණී ලෙස දක්වන්න.
   $\sqrt{32}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{63}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{40}$, $\sqrt{99}$

2. පහත සඳහන් කරණී අවිල කරණී ලෙස දක්වන්න.
   $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{3}$, $5\sqrt{10}$, $7\sqrt{2}$, $12\sqrt{2}$, $2\sqrt{11}$

<u>කරණ එකතු කිරීම් හා අඩු කිරීම</u>

සජාතීය වීජීය පද එකතු කිරීම හා අඩු කිරීමක් ඇති විට ඒවා සුළු කර දැක්විය හැකි ය.
$2a + 3a = 5a$ $7a - 3a = 4a$

මේ අනුව වර්ගමූල සමාන කරණිද එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම මගින් සුළු කර දැක්විය හැකිය.

$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = \sqrt{3}\,(2+3) = 5\sqrt{3}$
$4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = (4+7) = \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

$9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (9-2)\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

$\sqrt{12} + \sqrt{75}$ සුළු කිරීමේදී මේ සුළු කර කරණි ලෙස පළමුව දැක්වයි.

$\sqrt{12} + \sqrt{75}$
$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
$\underline{\underline{7\sqrt{3}}}$

$\sqrt{72} - \sqrt{32}$
$6\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
$\underline{\underline{2\sqrt{2}}}$

<u>අභ්‍යාස 02</u>

පහත සදහන් කරණි සුළු කර දක්වන්න.

i. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

ii $7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

iii $2\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 7\sqrt{6}$

iv $\sqrt{8} + 4\sqrt{2}$

v $\sqrt{48} + \sqrt{75}$

vi $\sqrt{125} - \sqrt{20}$

vii $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$

viii $4\sqrt{3} - \sqrt{20}$

කරණී ගුණ කිරීම හා බෙදීම

$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$

$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a^{2}} = a$

එකම කරණිය දෙකක් ගුණකල විට කරණය රහිත පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් ලැබෙන බව ඉහත උදාහරණය මගින් පෙනේ.

$2\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$
$= 2 \times \sqrt{3} \times 4 \times \sqrt{3}$
$= 2 \times 4 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$
$= \underline{\underline{24}}$

$3\sqrt{5} \times \sqrt{20}$
$= 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{3}$
$= 3 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$\underline{\underline{= 30}}$

$\sqrt{8} \times \sqrt{50}$
$= \sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{25 \times 2}$
$= 2 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
$= 2 \times 5 \times 2$
$\underline{\underline{= 20}}$

<u>අභ්‍යාස 03</u>
මේවා සුළු කර දක්වන්න.

i. $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$

ii $8\sqrt{6} \times \sqrt{6}$

iii $\sqrt{32} \times \sqrt{18}$

iv $3\sqrt{3} \times \sqrt{75}$

v $\sqrt{200} \times \sqrt{72}$

1. $3\sqrt{2} \div 5\sqrt{2}$

$$\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{5 \times \sqrt{2}} = \frac{3}{5}$$

2. $$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{2}{5}$$

3. $$\frac{4\sqrt{3}}{1055} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{10 \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$$

i. $\frac{5\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$

ii. $\frac{\sqrt{99}}{2\sqrt{11}}$

iii. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

iv. $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$

භාගයක හරය අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් විය හැකිය. එවැනි අපරිමේය හරයක් සහිත භාග පරිමේය හරයක් බවට පත් කල හැකිය.

i. $$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ii. $$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

iii. $$\frac{10}{\sqrt{8}} = \frac{10}{\sqrt{4 \times 2}} \times \frac{10}{2\sqrt{2}} = \frac{10}{2\sqrt{2}} \times \frac{10}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2 \times 2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

iv. $\frac{15}{2\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}\,x}{2\sqrt{5}\,x\sqrt{5}} \quad x \quad \frac{15\sqrt{5}}{2\,x\,5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

අභ්‍යාස 04

හරය පරිමේය කර සුළු කර දක්වන්න.

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{8}{\sqrt{2}}$ 3. $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ 4. $\frac{6}{\sqrt{18}}$ 5. $\frac{25}{\sqrt{300}}$

අභ්‍යාස 05

මේවා සුළු කර දක්වන්න.

i. $4\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{108}$

ii. $3\sqrt{2}\ x\ 5\sqrt{3} + \frac{18}{\sqrt{6}}$

iii. $\sqrt{50} + \frac{12}{\sqrt{2}} - \sqrt{98}$

iv. $\frac{10}{\sqrt{56}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$