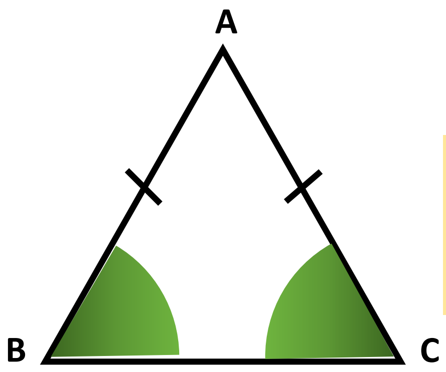
முக்கோணிகள் - II

தரம் - 10

தொகுப்பு - செ . குணசிங்கம்
கே/தெஹி/ ஸ்ரீ கதிரேசன் தேசிய பாடசாலை

இருசமபக்க முக்கோணிகள்

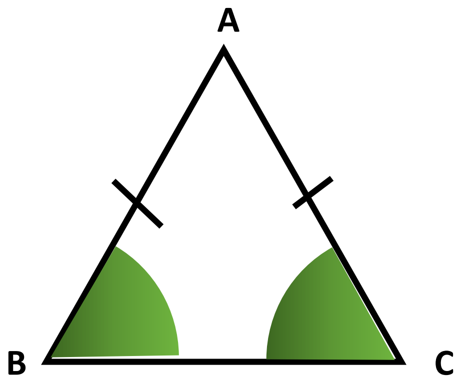
ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனெனின் அது இருசமபக்க முக்கோணி எனப்படும். உருவில் முக்கோணி **ABC** இருசமபக்க முக்கோணி ஆகும். அதில் பக்கம் **AB = AC** ஆகும். முக்கோணியின் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் எதிரேயுள்ள கோணம் அப்பக்கதின் எதிர்கோணம் எனலாம்



பக்கம் AB யின் எதிர்க் கோணம் $A\hat{C}B$ யும்
பக்கம் AC யின் எதிர்க் கோணம் $A\hat{B}C$ யும்
பக்கம் BC யின் எதிர்க் கோணம் $B\hat{A}C$ யும் ஆகும்

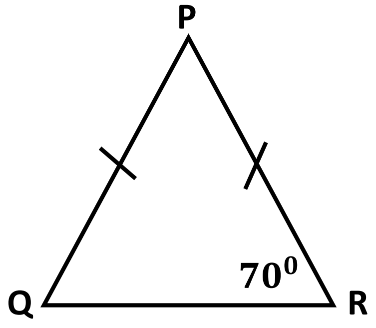
தேற்றம்

☞ ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனெனின் அப்பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமனாகும்.



முக்கோணி **AB = AC** எனின்
$A\hat{B}C$ = $A\hat{C}B$ ஆகும்

உதாரணம் - 1



முக்கோணி PQR இல் PQ = PR, $P\hat{R}Q = 70^0$ ஆகும்.

I. $P\hat{Q}R$ இன் பருமன்

II. $Q\hat{P}R$ இன் பருமன் ஆகியவற்றை காண்க

II. $P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$ (பக்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணம்)

$\therefore P\hat{Q}R = 70^0$

I. $P\hat{Q}R + P\hat{R}Q + Q\hat{P}R = 180^0$ (முக்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுததொகை 180^0 ஆகும்)

$70^0 + 70^0 + Q\hat{P}R = 180^0$

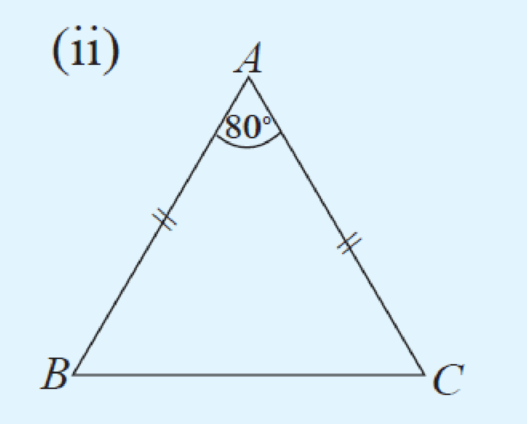
$140^0 + Q\hat{P}R = 180^0$

$Q\hat{P}R = 180^0 - 140^0$

$Q\hat{P}R = 40^0$

பயிற்சி

இப்போது நாம் எமது பயிற்சி புத்தகத்தில் 105 ம் பக்கத்தில் 9.1 பயிற்சியில் (2) ii , iii வது வினாவை பாரப்போம்.

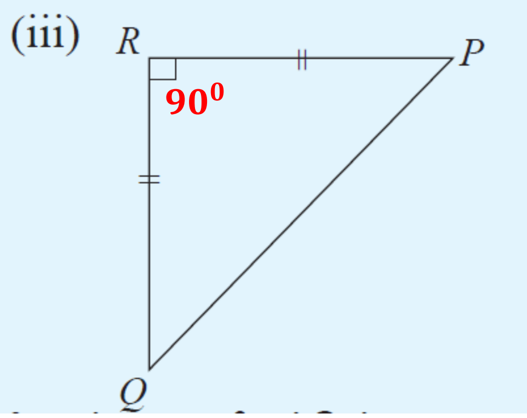


முக்கோணி ABC இல் **AB = AC** ஆகும்

$\therefore$ **$A\hat{B}C = A\hat{C}B$**

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ $= \dfrac{180^0 - 80}{2}$

$= 50^0$



முக்கோணி PQR இல் **RP = RQ** (தரவு)

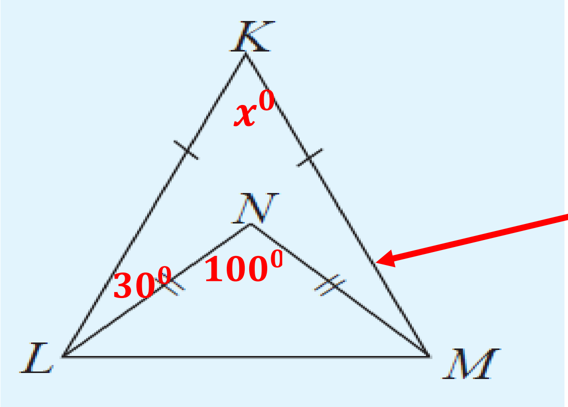
$\therefore$ **$R\hat{P}Q = R\hat{Q}P$**

$R\hat{P}Q = R\hat{Q}P$ $= \dfrac{180^0 - 90}{2}$

$= 45^0$

உதாரணம் - 2

உருவில் $K\hat{L}N = 30^0$, $L\hat{N}M = 100^0$ $L\hat{K}M = x$ எனின் x யை காண்க.



முதலில் தரவுகளை உருவில் குறிக்க.

முக்கோணி LMN இல்

LM = RQ (தரவு)

$N\hat{L}M = N\hat{M}L = y$ (பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணம்)

$L\hat{N}M + N\hat{L}M + N\hat{M}L = 180^0$ முக்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்

$100^0 + y + y = 180^0$

$100^0 + 2y = 180^0$

$2y = 180^0 - 100^0$

$2y = 80^0$ (இரண்டு பக்கமும் 2 ஆல் வகுக்க)

$y = 40^0$

ஆகவே $L\hat{M}N = 30^0 + y$

$L\hat{M}N = 30^0 + 40^0$

$L\hat{M}N = 70^0$

முக்கோணி LMN இல்

LM = RQ (தரவு

$K\hat{L}M + K\hat{M}L + L\hat{K}M = 180^0$

$70^0 + 70^0 + x = 180^0$

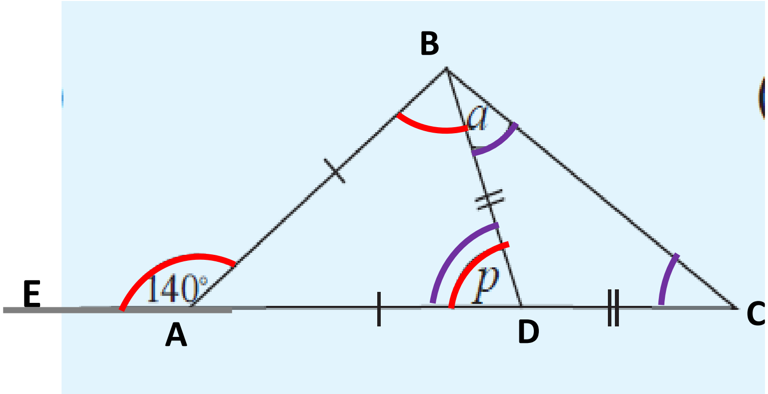
$140^0 + x = 180^0$

$x = 180^0 - 140^0$

$x = 40^0$

இந்த வினாவை கவனிப்போம்

தெரியாக் கணியத்தின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பருமனைக் காண்க.



இங்கு p, a ஆகியவற்றை காண வேண்டும்

முக்கோணி ABD இல்

AB = AD (தரவு)

$A\hat{D}B = A\hat{B}D = P$ (பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணம்)

$A\hat{D}B + A\hat{B}D = E\hat{A}B$ (புறக்கோணம், அகத்தெதிர் கோணம்)

$p + p = 140^0$

$2p = 140^0$

$p = 70^0$

அதேபோல் முக்கோணி BDC இல்

BD = DC (தரவு)

$D\hat{B}C = D\hat{C}B = a$ (பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணம்)

$D\hat{B}C + D\hat{C}B = A\hat{D}B$ (புறக்கோணம், அகத்தெதிர் கோணம்)

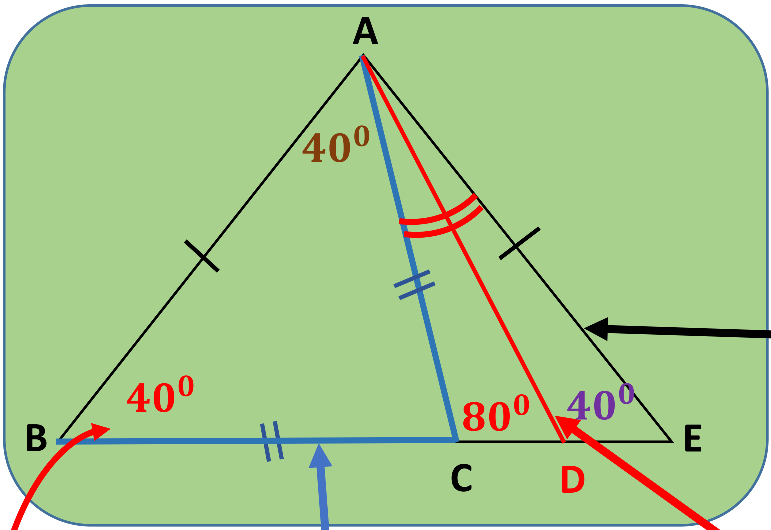
$a + a = 70^0$

$2a = 70^0$

$a = 35^0$

இப்போது நாம் எமது பயிற்சி புத்தகத்தில் 106 ம் பக்கத்தில் 9.1 பயிற்சியில் (6) வது வினாவை பாரப்போம்.

6. ஒரு முக்கோணி ABE யில் $AB = AE$ ஆகும். $AC = BC$ ஆக இருக்குமாறு புள்ளி C ஆனது BE யின் மீது உள்ளது. அகக் கோணம் $C\hat{A}E$ ஆனது உள்ளே இருசமகூறிடுமாறு வரையப்பட்ட கோடானது BE யை D யில் சந்திக்கின்றது.
(i) இத்தகவல்களை வரிப்படம் ஒன்றில் காட்டுக.
(ii) $A\hat{B}C = 40^\circ$ எனின், $D\hat{A}E$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



i. இத்தகவல்களை வரிப்பபடம் ஒன்றில் காட்டுவோம்.

முக்கோணி ABC யில் AB = AE

AC = BC ஆக இருக்குமாறு C ஆனது BE யின மீது உள்ளது

அகக்கோணம் CAE இருசமகூறாக்கி BD யை D யில் சந்திக்கின்றது

ii. $A\hat{B}C = 40^0$ எனின், $D\hat{A}C$ யின் பெறுமானத்தை காண்க.

முக்கோணி ABC இல்

AB = BD (தரவு)

$A\hat{B}C = B\hat{A}C = 40^0$ (பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணம்)

முக்கோணி ABE இல்

AB = AD (தரவு)

$A\hat{B}C = A\hat{E}B = 40^0$ (பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணம்)

$A\hat{B}C + B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (புறக்கோணம், அகத்தெதிர் கோணம்)

$40^0 + 40^0 = A\hat{C}E$

$80^0 = A\hat{C}E$

உருவை நன்கு அவதானியுங்கள்

முக்கோணி ACE இல்

$\hat{CAE} + \hat{ACE} + \hat{AEC} = 180^0$

$\hat{CAE} + 80^0 + 40^0 = 180^0$

$\hat{CAE} + 120^0 = 180^0$

$\hat{ACE} = 180^0 - 120^0$

$\hat{ACE} = 60^0$

ஆகவே

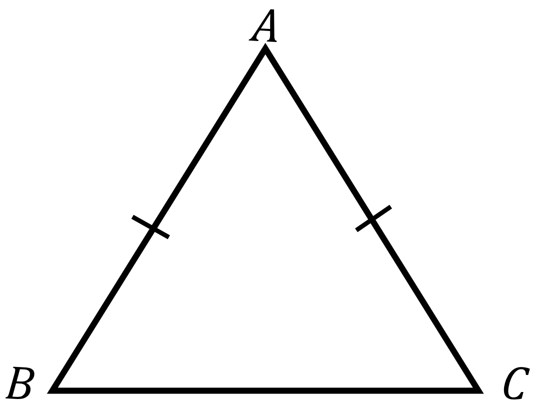
$\hat{CAD} + \hat{DAE} = \hat{ACE}$

$\hat{CAD} + \hat{DAC} = 60^0$

$\hat{CAD} = \hat{DAE}$ (தரவு)

$\therefore \hat{CAD} = 30^0$

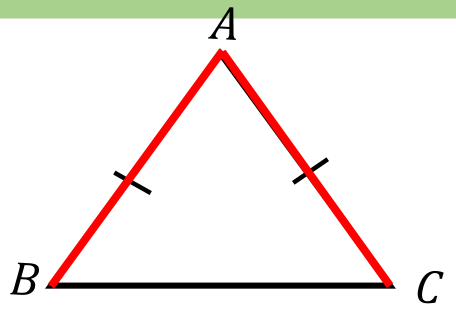
இரு சமபக்க முக்கோணிகள் தேற்றத்தை நிறுவுதல்



☞ ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனெனின் அப்பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமனாகும்.

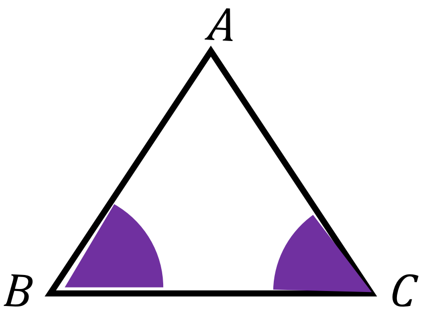
☞ தரவு :

முக்கோணி ABC இல் AB = AC ஆகும்



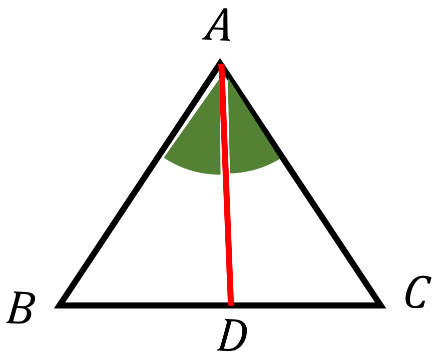
☞ நிறுவ வேண்டியது

$A\hat{B}C = A\hat{C}D$



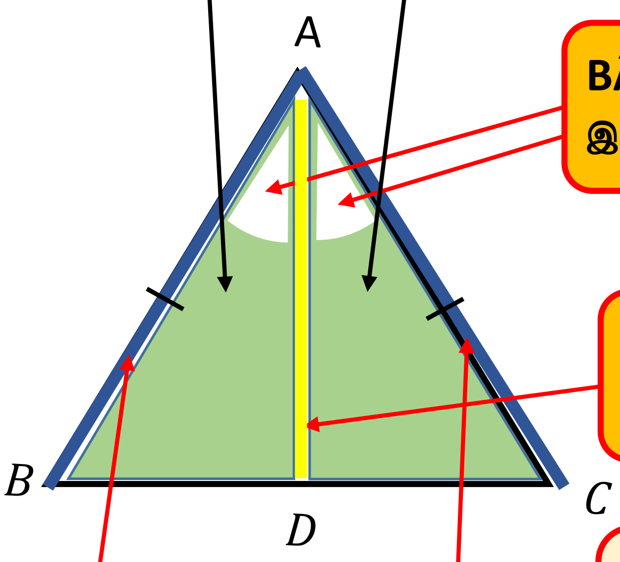
☞ அமைப்பு :

அகக்கோணம் $B\hat{A}C$ யின் இருசமகூறாக்கியை வரைதல். அது BC யை D யில் சந்திக்குமாறு வரைக



☞ நிறுவுதல் :

முக்கோணி ABD, ACD ஆகியவற்றில்



$B\hat{A}D = D\hat{A}C$ ($B\hat{A}C$ யின் இருசமகூறாக்கி AD ஆகையால்)

AD ஆனது இரு முக்கோணிகளுக்கும் பொதுபக்கம்

AB = AC (தரவு) தரப்பட்டுள்ளது

(ஒருகிசைவு)

$\therefore \ \Delta ABD \equiv \Delta ACD$

(ப. கோ. ப)

ஒருகிசையும் முக்கோணிகளில் ஒத்த உறுப்புக்கள் சமனாகும்

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$

$\therefore \ A\hat{B}C = A\hat{C}D$

☞ இதே போல் பயிற்சி புத்தகத்தில் ஏனைய வினாக்களை செய்து பார்க்கவும்