රත්නපුර කලාප සංයුක්ත ගණිත ගුරු එකමුතුව

13 ශ්‍රේණිය 1 පාඩම - තාත්ත්වික සංඛ්‍යා 1 කාර්ය පත්‍රිකාව

සංකීර්ණ සංඛ්‍යා (Complex number)

x සහ y තාත්වික සංඛ්‍යා නම් සහ $i^2=-1$ නම් $x+iy$ ආකාරයෙන් ලියනු ලබන වීජීය ප්‍රකාශනයකට සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි අර්ථ දක්වනු ලැබේ.එය Z මගින් අංකනය කරනු ලැබේ. එවිට $Z=x+iy$ වේ. මෙහි $x,y\in\Re$ සහ $i=\sqrt{-1}$ වේ.

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක තාත්වික හා අතාත්වික කොටස්

$Z=x+iy$ යනු ඕනෑම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම් $(x,y\in\Re)$

මෙහි x වලට Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ තාත්වික කොටස යයි ද

y වලට Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ අතාත්වික කොටස යයි ද කියනු ලැබේ.

එනම් Z හි තාත්වික කොටස $\text{Re}(Z)$ ලෙසද

Z හි අතාත්වික කොටස $\text{Im}(Z)$ ලෙස ද ලියනු ලැබේ.

උදා;- $Z=5+3i$ නම ; $\text{Re}(Z)=5,\ \text{Im}(Z)=3$

$Z=5-4i$ නම; $\text{Re}(Z)=5\ ,\text{Im}(Z)=-4$

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය

$Z=x+iy$ යනු ඕනෑම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම් $(x,y\in\Re)$

Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය $\sqrt{x^2+y^2}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

එය $|Z|$ වලින් දැක්වේ. එනම් වේ. $|Z|=\sqrt{x^2+y^2}$ උදා;- $Z=4+3i$ නම $|Z|=\sqrt{4^2+3^2}=5$

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ප්‍රතිබද්ධය

$Z=x+iy$ යනු ඕනෑම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම් $(x,y\in\Re)$

Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධය $x-iy$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

එය $\overline{Z}$ වලින් දැක්වේ. එනම් වේ. $\overline{Z}=x-iy$ වේ. උදා;- $Z=4+3i$ නම $\overline{Z}=4-3i$

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල ලක්ෂණ

- $Z_1=x_1+iy_1$ හා $Z_2=x_2+iy_2$ යයි ගනිමු. එවිට $Z_1=Z_2$ නම $x_1=x_2$ හා $y_1=y_2$ විය යුතුය.
- සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍ය ද, අන්තරය ද, ගුණිතය ද, ලබ්ධිය ද සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වේ.
- සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍ය යේ ප්‍රතිබද්ධය, ප්‍රතිබද්ධ වල ඓක්‍ය වේ.

  එනම් $\overline{Z_1+Z_2}=\overline{Z}_1+\overline{Z_2}$ වේ.
- සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක අන්තරයේ ප්‍රතිබද්ධය, ප්‍රතිබද්ධ වල අන්තරය වේ.

  එනම් $\overline{Z_1-Z_2}=\overline{Z}_1-\overline{Z_2}$ වේ.
- සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතයේ ප්‍රතිබද්ධය, ප්‍රතිබද්ධ වල ගුණිතය වේ.

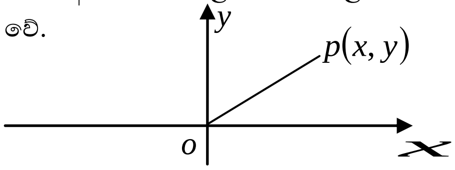
  එනම් $\overline{Z_1Z_2}=\overline{Z}_1\,\overline{Z_2}$ වේ.
- සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක ලබ්ධියන් හි ප්‍රතිබද්ධය, ප්‍රතිබද්ධ වල ලබ්ධිය වේ.

  එනම් $\overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)}=\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}}$ වේ.
- Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම $\overline{Z^{-1}}=\left(\overline{Z}\right)^{-1}$ වේ.
- Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම $\overline{Z^n}=\left(\overline{Z}\right)^n$ වේ.

<u>ආගුන්ඩ් සටහන</u>

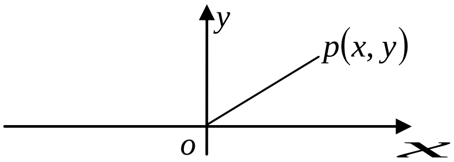
$Z = x + iy$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සැලකූ විට එයට අනුරූප x, y පටිපාටිගත යුගලයක් පවතින අතර x හා y තාත්වික බැවින් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා තලයක පිහිටි ලක්ෂයක් මගින් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපනය කල හැක. $Z = x + iy$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ තාත්වික කොටස වන x තිරස් අක්ෂය මත ද, අතාත්වික කොටස වන y සිරස් අක්ෂය මත ද , ලකුණු කළ විට එම තලය මත ලකුණු වන අනන්‍ය $p(x, y)$ ලක්ෂ්‍ය මගින් $x + iy$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දැක්වේ.

මේ ආකාරයට තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගෙන් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය දැක්වෙන සටහන ආගුන්ඩ් සටහන ලෙස හැඳින් වේ.



<u>ආගුන්ඩ් සටහනක නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය</u>

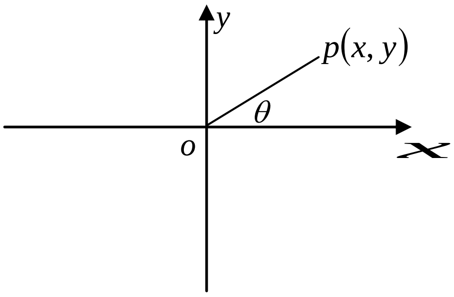
සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ආගුන්ඩ් සටහනේ නිරූපනය වන ලක්ෂ්‍යය මූල ලක්ෂ්‍යයට යා කරන රේඛාවේ දිගෙන් එම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය දැක්වේ.



$$OP = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

<u>ආගුන්ඩ් සටහනක නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක විස්ථාරය</u>

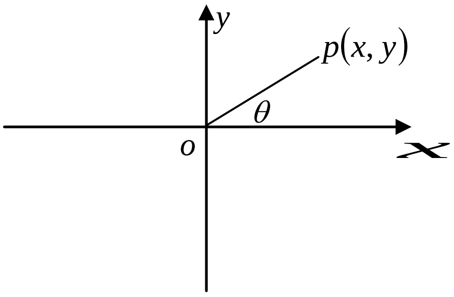
ආගුන්ඩ් සටහනේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක නිරූපනය වන ලක්ෂ්‍යයත් මූල ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව තාත්වික ධන අක්ෂය සමග සාදන කෝණය (θ) එම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ විස්ථාරය (argument) ලෙස දැක්වේ. ඕනෑම සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක විස්ථාරය θ ලෙස ගත හොත් $0 \le \theta < 2\pi$ වේ. තවද එය $\arg(Z)$ මගින් සංකේතවත් කරනු ලැබේ.



$$\arg(Z) = \theta \quad ; \quad 0 \le \theta < 2\pi$$

$Arg(Z) = \theta$ මගින් Z නම් සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ප්‍රධාන විස්ථාරය දක්වන අතර මෙහි $-\pi < \theta \le \pi$ වේ.

<u>සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංක විස්ථාර ආකාරය</u>



$Z = x + iy$ යනු ශුන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි ගනිමු.

$$Z = \sqrt{x + iy}\left(\frac{x}{\sqrt{x + iy}} + i\frac{y}{\sqrt{x + iy}}\right)$$

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$r = \sqrt{x + iy}\ , \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x + iy}}\ , \sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x + iy}}$$

සංකීර්ණ සංඛ්‍යා අභ්‍යාස (Complex number)

පහත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $x+iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

1. $(4-i)(5+i)$
2. $\dfrac{8-i}{7+2i}$
3. $\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$
4. $\dfrac{5+2i}{1+4i}$
5. $(3-i)^3-(3+i)^4$
6. $\dfrac{1+i}{1-i}$
7. $\dfrac{(1+i)^4}{(-1+i)^2}$
8. $\dfrac{(-1+i)^3}{(1+i)^4}$
9. $\left(\dfrac{2+i}{3-2i}\right)^2$
10. $\left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^3$

පහත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

1. $(1+i)$
2. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2i}$
3. 1
4. i
5. $\sqrt{3}+i$
6. $1+\sqrt{3}i$
7. $\dfrac{1+i}{1-i}$
8. $\dfrac{1}{1+i}$
9. $\dfrac{1-i}{1+i}$
10. $\dfrac{i}{2}$
11. $1+\sqrt{3}i$
12. $-1+\sqrt{3}i$
13. $-1-\sqrt{3}i$
14. $1-\sqrt{3}i$
15. $(1+\sqrt{3}i)^2$

පහත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මාපාංක විස්තාර ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර එම සංඛ්‍යා ආගන් සටහනේ ලකුණු කරන්න.

1. $Z_1=(1+i)^2$
2. $Z_2=(1+i)^3$
3. $Z_3=(1+i)^4$
4. $Z_4=\dfrac{(1+i)^2}{1-i}$
5. $Z_5=\dfrac{(1+i)^3}{1-i}$
6. $\dfrac{(1+i)^4(1-\sqrt{3}i)}{4i^4}$
7. $\dfrac{(2-i)(1+i)}{3-4i}$
8. $\dfrac{(1-3i)^2}{i(1+i)^3}$
9. $\dfrac{5(1+i)^2}{(1-i)}-\dfrac{4(1-i)}{(1+i)}$
10. $\dfrac{i-1}{(1-i)^2}$

සැකැසුම:- රුක්ෂාන් පතිරණ